

El lugar del error en las producciones de los alumnos en Probabilidad y Estadística

Claudia Minnaard¹, Marta Comoglio¹

¹Instituto de Investigaciones de Tecnología y Educación (IIT&E)
Facultad de Ingeniería
Universidad Nacional de Lomas de Zamora
Llavallol (Buenos Aires, Argentina)
E-mail: cminnaard@unlz.edu.ar, mcomoglio@unlz.edu.ar
minnaardclaudia@gmail.com

Resumen. A partir de la observación de las producciones de los alumnos, es posible observar que aquellos con muy buen desempeño académico cometen errores. Esto se debe a que la producción del error no es necesariamente falta de estudio, sino la aplicación de un “esquema cognitivo inadecuado”. [1] Los errores tienen su génesis en el mismo proceso de aprendizaje y estos a su vez se conectan formando redes verdaderamente complejas, actuando como obstáculos que se translucen en la práctica en respuestas erróneas. [2] Las producciones de los alumnos (exámenes parciales y trabajos prácticos) permiten indagar la aparición del error vinculándolo con el sistema de prácticas y la configuración de objetos y procesos. En el presente trabajo se indagan estas relaciones a partir de la mirada del Enfoque Ontosemiótico. Se presentan algunos resultados correspondientes al Primer Cuatrimestre de 2016 en la materia de Probabilidad y Estadística de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Lomas de Zamora

Palabras clave: Errores, Probabilidad, Estadística, Enfoque Ontosemiótico.

1 Introducción

Abordar las investigaciones en matemática educativa, significa considerar las relaciones entre el sistema de prácticas y la configuración de objetos y procesos [3],[4]. El Enfoque Ontosemiótico (EOS) proporciona herramientas de análisis que permiten indagar en estas relaciones. Es importante destacar que el problema epistémico cognitivo no puede desvincularse del ontológico [5]. A partir de la observación de las producciones de los alumnos, es posible observar que aquellos con muy buen desempeño académico cometen errores. Esto se debe a que la producción del error no es necesariamente falta de estudio, sino la aplicación de un “esquema cognitivo inadecuado”. [1]

Los errores tienen su génesis en el mismo proceso de aprendizaje y estos a su vez se conectan formando redes verdaderamente complejas, actuando como obstáculos que se translucen en la práctica en respuestas erróneas. [2]

Las producciones de los alumnos (exámenes parciales y trabajos prácticos) permiten indagar la aparición del error vinculándolo con el sistema de prácticas y la configuración de objetos y procesos.

En función de lo descripto se pueden formular las siguientes hipótesis:

La ocurrencia de error que cometen los alumnos en Probabilidad y Estadística está relacionado con el sistema de prácticas.

El tipo de error que cometen los alumnos en Probabilidad y Estadística está relacionado con el tipo de objeto semiótico con el que debe trabajar.

Para corroborar o refutar las hipótesis planteadas se considera el portafolio de actividades realizadas por los alumnos de la cátedra de Probabilidad y Estadística de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Lomas de Zamora (Exámenes parciales y Trabajos prácticos) durante el Primer Cuatrimestre de 2016.

El objetivo principal de la investigación consiste en indagar la relación entre los errores cometidos por alumnos de la cátedra de Probabilidad y Estadística de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Lomas de Zamora (Exámenes parciales y Trabajos prácticos) durante el Primer Cuatrimestre de 2016 a través de la frecuencia de ocurrencia del error y el tipo de problema propuesto. Siendo los objetivos secundarios: identificar los errores cometidos por los alumnos, clasificándolos según criterios; analizar los ejes de contenidos de Probabilidad y Estadística que presentaron mayor dificultad; determinar la variación de la frecuencia de ocurrencia del error si se presenta un mismo problema variando el registro de representación semiótica (RRS); evaluar si existe alguna relación entre el tipo de problema propuesto y el tipo de error cometido por los alumnos; contribuir a elaborar un modelo teórico que caracterice el tipo de errores a fin de implementar estrategias de enseñanza

1.1 ¿Cómo se producen los errores en matemática?

Algunos autores consideran que “algunos obstáculos o dificultades que encara un estudiante en el manejo del lenguaje matemático son fuente de errores en la solución de problemas. La naturaleza del obstáculo puede explorarse mediante el análisis de los errores cometidos”[6]. En el ámbito de la educación matemática los errores aparecen permanentemente en las producciones de los alumnos: las dificultades de distinta naturaleza que se generan en el proceso de aprendizaje se conectan y refuerzan en redes complejas que obstaculizan el aprendizaje, y estos obstáculos se manifiestan en la práctica en forma de respuestas equivocadas. [2]

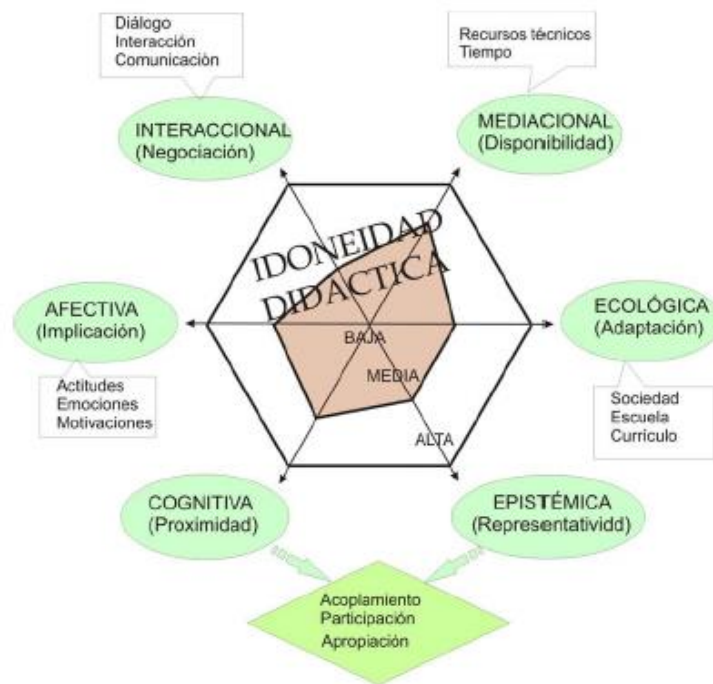
Bachelard(1988)(citado por Rico,1995) plantea el concepto de “obstáculo epistemológico”, considerando que Cuando se investigan las condiciones psicológicas del progreso de la ciencia hay que plantear el conocimiento científico en términos de obstáculos...el conocimiento de lo real es una luz que siempre proyecta alguna sombra, jamás es inmediata y plena. Al volver sobre un pasado de errores se encuentra la verdad. En efecto, se conoce en contra de un conocimiento anterior, destruyendo conocimientos mal adquiridos o superando aquello que, en el espíritu mismo, obstaculiza.

Según Socas (1997), “el error debe ser considerado como la presencia en el alumno de un esquema cognitivo inadecuado y no sólo la consecuencia de una falta específica de conocimiento o una distracción”. Brousseau, Davis y Werner (1986) (citados por Rico, 1995), señalan, en el mismo sentido, que “los errores son el resultado de un procedimiento sistemático imperfecto que el alumno utiliza de modo consistente y con confianza”.

1.2 El enfoque ontosemiótico (EOS)

El Enfoque Ontosemiótico (EOS) al vincular el sistema de prácticas con la configuración de los objetos y procesos permite evaluar si existe una relación entre la aparición del error y un sistema de prácticas inadecuado.[7] Godino (2013) introduce la “noción de idoneidad didáctica” como herramienta dentro del EOS vinculando Idoneidad epistémica, Idoneidad cognitiva, Idoneidad interaccional, Idoneidad mediacional, Idoneidad afectiva e Idoneidad ecológica [8] tal como se observa en el Gráfico 1

Gráfico 1: Idoneidad didáctica



Fuente: Godino; J. (2013) Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas.

Asimismo, Minnaard (2014) indaga sobre las competencias que en el área de matemática traen los alumnos ingresantes a las carreras de ingeniería. Los exámenes,

surgidos de la aplicación del Test Diagnóstico, de alumnos ingresantes a las carreras de ingeniería de la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Lomas de Zamora, fueron el objeto de estudio de la investigación.

Tal como se observa en el Tabla 1 al relacionar la ocurrencia del error con los tipos de problemas propuestos se consideran dos tipologías.

Tabla 1: Relación Tipo de problemas – Ocurrencia del error

	Tipo I	Tipo II
	Ocurrencia del error : BAJA	Ocurrencia del error: ALTA o MEDIA
Tipos de problemas	No tienen enunciado textual (solamente) Tienen gráficos No es necesario aplicar fórmulas Aplican definiciones Aplican propiedades No realizan operaciones numéricas	Tienen enunciado textual (solamente) No aplican definiciones No aplican propiedades No tienen expresiones algebraicas Realizan operaciones numéricas Aplican fórmulas

Fuente: Minnaard, C. (2014) Análisis de los errores en el Test diagnóstico 2013, Minnaard, C(2015) Los errores en Probabilidad y Estadística desde el enfoque Ontosemiótico

El Análisis Factorial realizado para determinar estas tipologías, permite corroborar una de las hipótesis de trabajo de la investigación realizada, ya que la ocurrencia de los errores que cometen los alumnos en el Test Diagnóstico está relacionada con el tipo de problema que se le presenta para resolver.[9],[10]

2. Desarrollo

El propósito del trabajo realizado fue identificar y analizar los errores más frecuentes cometidos por los alumnos en Probabilidad y Estadística. La asignatura corresponde al tercer cuatrimestre del Ciclo del Plan de Estudios de las carreras de Ingeniería Mecánica e Industrial de la Universidad Nacional de Lomas de Zamora. Probabilidad y Estadística es común a todas las carreras de Ingeniería en la Facultad de Ingeniería de Lomas de Zamora (FIUNLZ). Las carreras que se cursan en la Unidad académica son Ingeniería Mecánica Clásica, Ingeniería Mecánica Mecatrónica, Ingeniería Industrial Manufactura e Ingeniería Industrial Gestión. La carga horaria corresponde a 64 hs totales por cuatrimestre con una frecuencia de 4 hs por semana presenciales. La modalidad de enseñanza se encuadra en el modelo Blended Learning (presencialidad + virtualidad). La cátedra tiene su aula virtual alojada en la plataforma institucional. El aula virtual se ha ido optimizando desde el año 2006, permitiendo tener un repositorio del material utilizado en las clases, así como también un espacio de interacción e intercambio con los docentes y entre los alumnos a través de los foros.

A fin de contextualizar a los estudiantes, cuyas producciones serían el foco de la investigación se realizó una encuesta a los 77 alumnos que cursaron Probabilidad y Estadística en el Primer Cuatrimestre de 2016.

A partir de los datos relevados se observó que

La proporción de alumnos que cursan Probabilidad y Estadística es similar en las dos carreras que se cursan en la facultad (industrial 51,515 % y mecánica 48,485%).

El 75% de los alumnos tiene menos de 27 años y 54,545 % proviene de escuelas que no son técnicas. El 42,424% no tiene conocimientos previos de Probabilidad y Estadística y el 36,364 % son recursantes.

Los alumnos que cursan Probabilidad y Estadística hay egresado del secundario con mayor frecuencia en los años 2010 y 2012.

El 75% de los cursantes cursa a lo sumo 4 materias, siendo el promedio de 3,6 materias con un desvío típico de 0,864.

El 78,788% de los cursantes trabaja en jornadas que tienen una intensidad promedio de 7,231 horas diarias y un desvío típico de 1,861. Si se comparan estos resultados con los obtenidos por Minnaard (2014) es posible apreciar que un 30% de los estudiantes se ha incorporado al mercado laboral desde que ingresó a la facultad.

Con respecto al acceso y conocimientos informáticos, el 60% accede desde su casa en la que tiene acceso a Internet, un 18 % también lo hace desde el trabajo. El 90% tiene experiencia en el uso de las aulas virtuales adquirido en otras materias. El 100% maneja Word, un 42% también Excel y un 39% Matlab.

La situación de alumno recursante es independiente de Situación con respecto al trabajo/ Tipo de escuela/ Intensidad de la jornada laboral/ Carrera en la que se inscribieron.

Por otra parte se caracterizaron los problemas que se utilizan en los TP y en los Exámenes Parciales. Los primeros difieren de los utilizados en los Exámenes Parciales en que tienen gráficos que acompañan el enunciado textual y se utilizan situaciones reales.

Tabla 2: Tipología de los problemas

Tipo de ejercicio/problema ¹	PRIMER PARCIAL	SEGUNDO PARCIAL	TRABAJO PRÁCTICO 1	TRABAJO PRÁCTICO 2
Para su resolución aplica definiciones	✓	✓	✓	✓
Para su resolución aplica propiedades	✓	✓	✓	✓
Para su resolución realiza operaciones numéricas	✓	✓	✓	✓
Tiene gráfico que acompaña enunciado textual			✓	✓
Tiene expresiones algebraicas que acompañan enunciado textual	✓	✓	✓	✓
Para su resolución aplica fórmulas	✓	✓	✓	✓
Tiene solamente enunciado textual	✓	✓	✓	✓
Se explicita el contexto de referencia del problema	✓	✓	✓	✓
Se utilizan situaciones reales			✓	✓

Fuente: Elaboración propia

Los porcentajes de error de los Trabajos Prácticos 1 y 2 (TP1 y TP2)(Gráfico 2 y Gráfico 3) corresponden a cada una de las entregas semanales que van realizando los alumnos y que reciben una retroalimentación por parte de los docentes. Este proceso

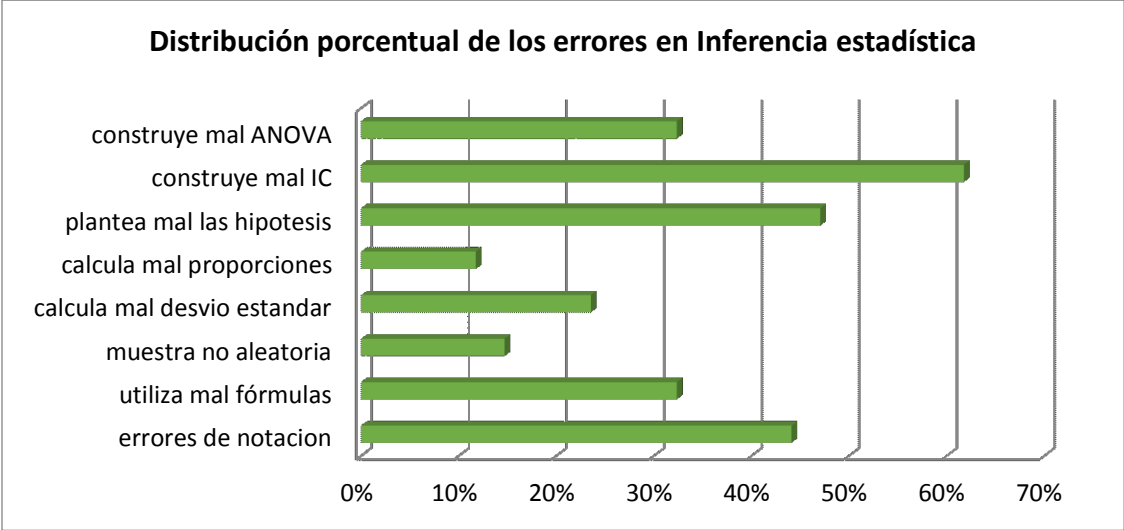
no es lineal, sino de intercambio recurriendo a distintas representaciones semióticas del objeto matemático en estudio. Los porcentajes de error son más altos que los que corresponden a los Exámenes parciales ya que corresponden a la primera aproximación al objeto y que se van superando por acercamientos sucesivos.

Gráfico 2: Distribución porcentual de los errores en TP1



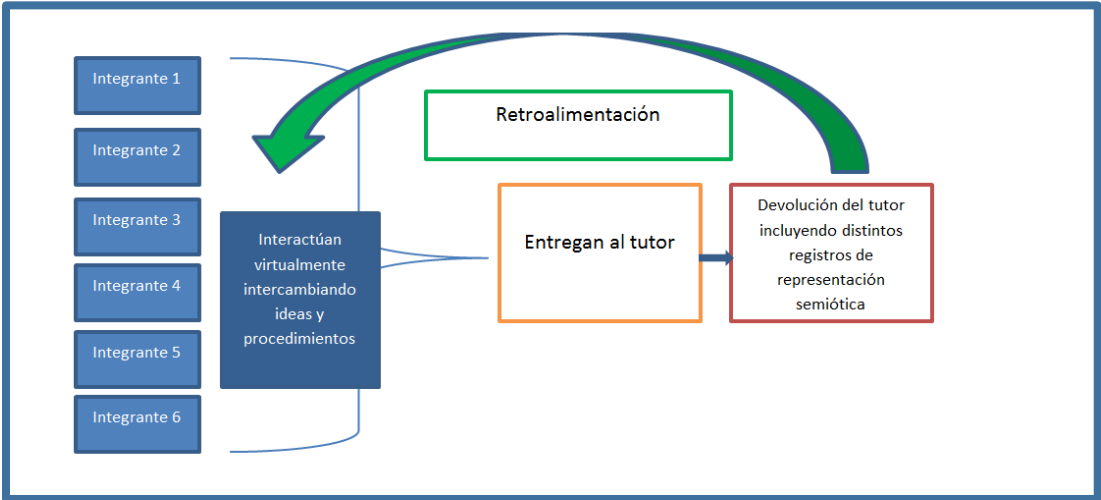
Fuente: Elaboración propia

Gráfico 3: Distribución porcentual de los errores en TP2



Fuente: Elaboración propia

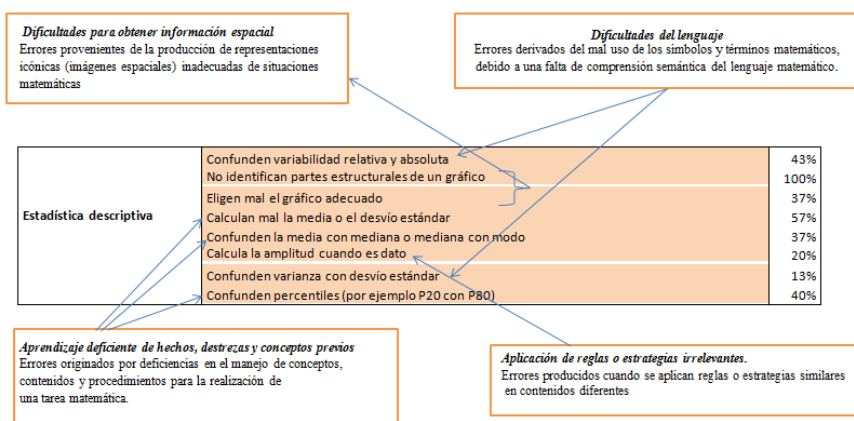
Gráfico 4: Proceso de retroalimentación



Fuente: Elaboración propia

A modo de ejemplo, se focaliza en que al relacionar los errores cometidos con la clasificación de Radatz¹ (Tabla 5) es posible observar que para el TP1 la mayor incidencia se presenta en Aprendizaje deficiente de hechos, destrezas y conocimientos previos, así como Dificultades para obtener información espacial.

Tabla 3: Relación entre los errores en el TP1 (Estadística descriptiva) y la clasificación de Radatz



Fuente: Elaboración propia

3. Conclusiones

Es síntesis, es posible afirmar que se ha corroborado la hipótesis de trabajo

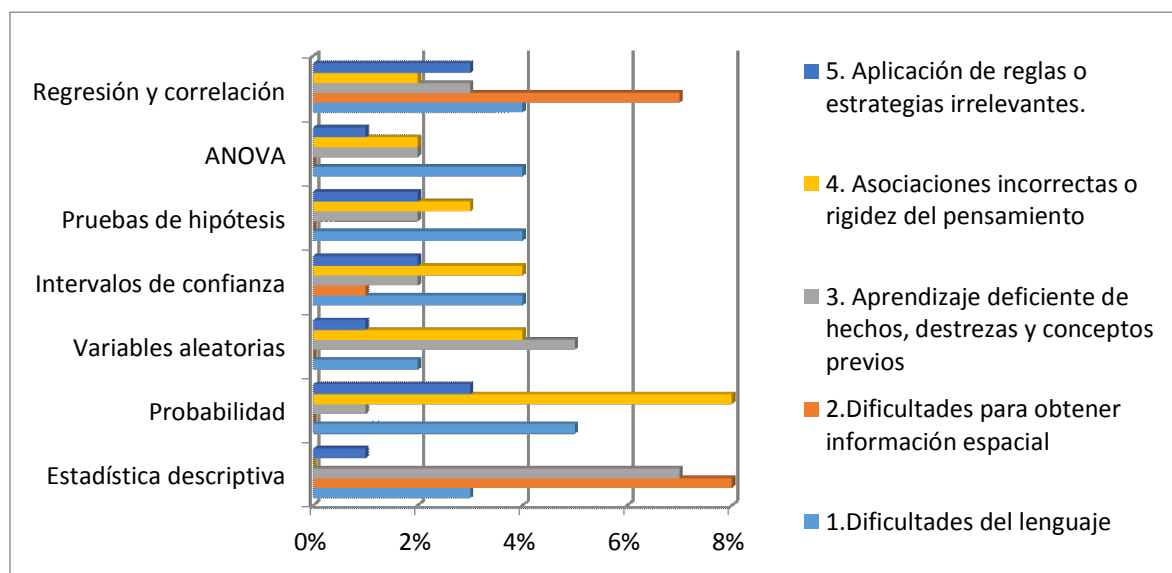
- ✓ *La ocurrencia de error que cometen los alumnos en Probabilidad y Estadística está relacionado con el sistema de prácticas.*

Tal como se observó, la Ocurrencia del error en los Trabajos Prácticos disminuye a partir de las aproximaciones sucesivas al objeto de estudio mediante el proceso de retroalimentación que se lleva a cabo a través de las intervenciones en el aula virtual de la cátedra. Este proceso hace que cuando los alumnos realizan los Exámenes parciales la ocurrencia del error sea menor.

Por otra parte, la segunda hipótesis de trabajo se ha corroborado en forma parcial ya que no se ha encontrado una causalidad entre Tipo de error y Objeto semiótico, aunque es posible observar una mayor incidencia de algunos de los errores ($p=0,719 > 0,05 \rightarrow$ Diferencia no significativa)

¹ Véase clasificación de Radatz en Anexo.

Gráfico 6: Comparación Tipo de error-Unidad temática



Fuente: Elaboración propia

Referencias

1. SOCAS, M. (1997): Dificultades, obstáculos y errores en el aprendizaje de las Matemáticas en la Educación Secundaria, cap. 5., pp. 125-154, en RICO, L., y otros: La Educación Matemática en la Enseñanza Secundaria. Barcelona: Ed. Horsori.
2. DEL PUERTO, S., MINNAARD, C. & SEMINARA, S. (2006). Análisis de los errores una valiosa fuente de información acerca del aprendizaje de las matemáticas. Revista Iberoamericana de Educación. Organización de los Estados Iberoamericanos. En: <http://www.rieoei.org/1285.htm> [consultado: 29/11/2016]
3. GODINO, J. D. BATANERO, C. y FONT, V. (2007). The ontosemiotic approach to research in mathematics education. ZDM. The International Journal on Mathematics Education, 39 (1-2), 127-135.
4. FONT, V.; GODINO, J. & Gallardo, J. (2012) The emergence of objects from mathematical practices. Educational Studies in Mathematics.
5. GODINO, J. (2012) Origen y aportaciones de la perspectiva ontosemiótica de investigación en Didáctica de la Matemática. En A. Estepa, Á. Contreras, J. Deulofeu, M. C. Penalva, F. J. García y L. Ordóñez (Eds.), Investigación en Educación Matemática XVI (pp. 49 - 68). Jaén: SEIEM.
6. RADILLO ENRIQUEZ, M. & HUERTA VARELA, S. (2007). Obstáculos en el aprendizaje de la Geometría euclídeana, relacionados con la traducción entre códigos del lenguaje matemático. Experiencias, propuestas y reflexiones para la clase de ma-

temática. Raquel Abrate y Marcel Pochulu (Comp). Universidad Nacional de Villa María Córdoba.

7. POCHULU, M. D. (2005) Análisis y categorización de errores en el aprendizaje de la matemática en alumnos que ingresan a la universidad. Revista Iberoamericana de Educación. Organización de Estados Iberoamericanos. N° 35/4. En: http://www.rioei.org/did_mat28.htm [consultado: 11/11/2016]
8. GODINO, J. (2013) Indicadores de la idoneidad didáctica de procesos de enseñanza y aprendizaje de las matemáticas. Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática. 2013. Año 8. Número 11. pp 111-132. Costa Rica
9. MINNAARD, C. (2014). Análisis de los errores en matemática de los alumnos ingresantes a las carreras de Ingeniería: el Test Diagnóstico en la Facultad de Ingeniería de la Universidad Nacional de Lomas de Zamora. Tesis de Maestría en Metodología de la Investigación Científica. Universidad Nacional de Lanús, Buenos Aires, Argentina.
10. MINNAARD,C.(2015) Los errores en Probabilidad y Estadística. Una mirada desde el enfoque ontosemiótico (EOS). Publicia, Alemania.