

**EL INDICE DE ENSANCHAMIENTO DE LOS GRANOS DE
ARENA (DE LOS RODADOS, DE LOS DIFERENTES DETRITOS,
ETC.) Y SU APLICACION AL ESTUDIO DE LAS ARENAS DE
LAS PLAYAS DE COTENTIN (FRANCIA)**

Primera comunicación

Por

AUGUSTO P. CALMELS (*) y MATTHIAS
MATSCHINSKI (**)

RESUMEN

En este trabajo se exponen los fundamentos y el desarrollo de un método directo —concebido por uno de los autores y aplicado por ambos al estudio de las arenas de varias playas de Cotentin del Norte (Francia)— para caracterizar la forma de los granos de arena de un sedimento, mediante una relación de valores que se ha denominado **índice de ensanchamiento**, al que se considera como el único cuya determinación experimental puede ser realizada valiéndose de medidas no individuales, obtenidas por el procedimiento del doble tamizado.

ABSTRACT

The purpose of this work is to present principles and development of a direct method —conceived by one of authors and applied by both to the study of the sands on various beaches in North Cotentin (France)— to determine the shape of the grains of sand of a sediment, by means of a relation of their measures which has been named **enlargement index**. This method is considered as the only one whose experimental determination can be achieved by means of non-individual measures, obtained by a double sifting.

(*) Profesor titular de la Universidad Nacional del Sur (Bahía Blanca).
(**) Profesor del Instituto de Estadística de la Universidad de París.

INTRODUCCION

El presente trabajo consiste de dos partes esencialmente diferentes por sus objetivos y manera de exposición. En la primera parte se describe, con todos los detalles necesarios, un método destinado a caracterizar la forma de los granos de arena (de los rodados, de los diferentes detritos, etc.) por medio de un índice —llamado **índice de ensanchamiento**— propio y aplicado ya anteriormente por uno de nosotros. Este es el único índice cuya determinación experimental puede ser realizada por medio de medidas no individuales (es decir medidas que engloban una experiencia simultánea con todos los conjuntos de granos dados, y no por mediciones individuales sobre cada grano particular de un subconjunto representativo, formado por una elección estadística de algunos granos del total de granos dados). De ese modo, el método propuesto tiene una ventaja indudable —con relación a todos los otros métodos— que consiste en exigir el mínimo de tiempo y permitir la determinación más exacta de lo que se busca definir.

La segunda parte, por el contrario, presenta un estudio de la arena de una veintena de playas de Cotentin del Norte (Francia), estudio llevado a cabo principalmente por el método del índice de ensanchamiento, del que se acaba de hablar, aun cuando no se han pasado por alto las propiedades geomorfológicas de las playas consideradas y la constitución petrográfica de las arenas.

De ese modo, por diferentes que sean, estas dos partes no solamente se completan la una a la otra, sino que son indispensables mutuamente para la buena comprensión de cada una de ellas. Sin la primera parte, el método principal utilizado en la segunda, así como sus resultados, no podrán ser bien comprendidos, y resultará un tanto difícil de juzgar y aplicar por parte de otros investigadores; sin la segunda parte, las ventajas del método del índice de ensanchamiento no pueden ser bien presentadas evidentemente, ni siquiera la manera de su aplicación.

Sin embargo, dado que los ejemplos sobre los cuales hemos trabajado en la segunda parte han sido tomados de las costas francesas, por lo que sus resultados interesan mayormente a Francia, y en razón de que los autores se han comprometido a efectuar su publicación en dicho país, se ven impedidos, por el momento al menos, de adelantar la segunda parte en esta oportunidad.

Es por estas circunstancias que nos ocuparemos aquí solamente de la primera parte del trabajo completo, y es por ello también que lo hemos calificado de "Primera Comunicación", teniendo presente que la segunda parte aparecerá con la denominación de "Segunda Comunicación".

PRIMERA PARTE

LOS METODOS DE CARACTERIZAR LA FORMA DE LOS GRANOS DE ARENA (DE LOS CANTOS RODADOS, ETC.) EN GENERAL Y EL METODO DEL INDICE DE ENSANCHAMIENTO COMO EL UNICO QUE PERMITE MEDIDAS NO INDIVIDUALES

1. Algunas notaciones geométricas preliminares

Toda morfometría —ya esté ligada con un material geológico, geomorfológico o cualquier otro muy alejado de las ciencias dadas— se basa naturalmente sobre una esquematización de las formas estudiadas con la ayuda de las formas puramente geométricas. De ese modo, por “áridas” que parezcan las consideraciones geométricas, resultan inevitables en esta oportunidad.

Una forma geométrica tridimensional, constituida de manera predominante por superficies convexas, siempre puede ser asimilada a un paralelepípedo (figura 1a y 1b). No tenemos mayor necesidad de considerar las superficies cóncavas, porque la práctica de la mor-

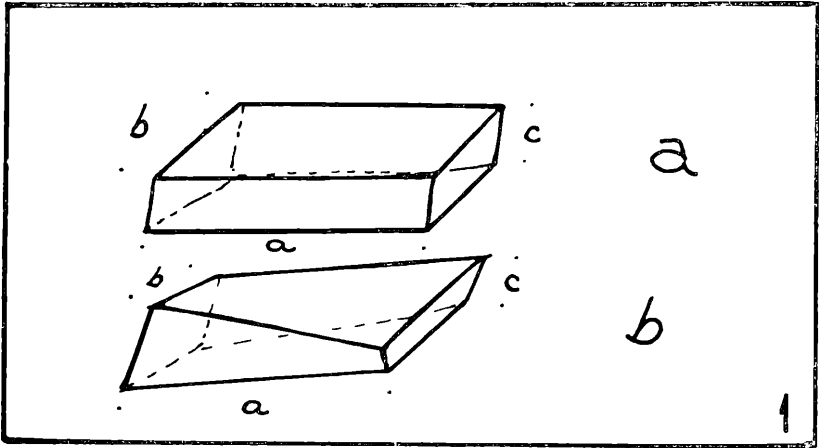


Fig. 1

foscopia de las arenas, de los cantos rodados, de los detritos, etc., nos muestra indudablemente que, con excepción de los restos de conchillas (figura 2a) y algunos casos bastante raros en los granos de pedernal (figura 2b), el material que llega realmente a nuestras manos nunca tiene formas con superficies cóncavas.

Volvamos, entonces, a los granos paralelepipediformes de las figuras 1a y 1b. Tales formas pueden ser caracterizadas —los paralelepipedos (figura 1a) exactamente, las formas más complicadas (figura 1b con cierta aproximación— por medio de tres valores que

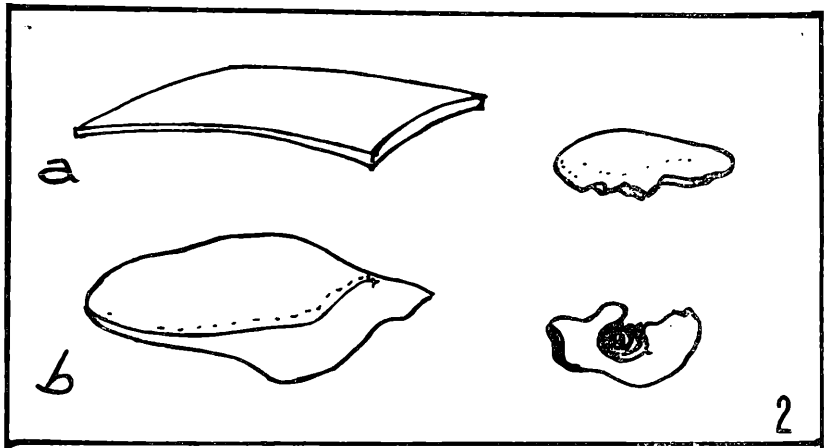


Fig. 2

pueden ser designados: longitud (a), anchura (b) y espesor (c). De acuerdo con el sentido de esas expresiones, la longitud es siempre mayor que la anchura, y ésta es, a su turno, mayor que el espesor; matemáticamente: $a > b > c$.

Esta definición de longitud, anchura y espesor que todos (y nosotros mismos) utilizan, no supone de ningún modo la perpendi-

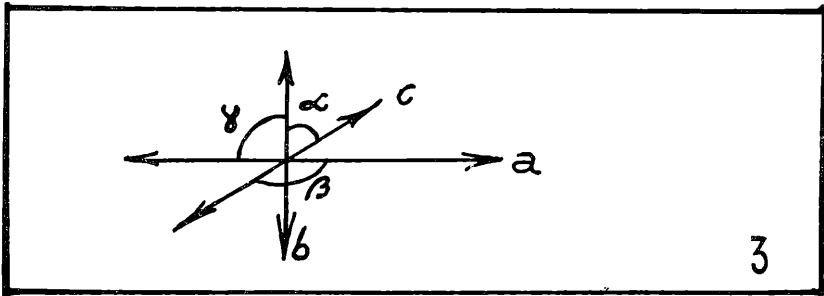


Fig. 3

cularidad de las direcciones en que los tres números en cuestión son medidos. En el esquema de la figura 3, estas tres magnitudes fundamentales consideradas para la forma de los granos de arena (de los cantos rodados, etc.) están representadas por los ángulos que for-

man entre sí. Lo que acabamos de decir será equivalente a la notación de que los ángulos α , β y γ no son obligatoriamente rectos. Para acabar esta simple descripción geométrica, nos queda por señalar que los tres números en cuestión, que corresponden en la naturaleza a la longitud, anchura y espesor, no son las medias sino los máximos. De ese modo, en la figura 4, que representa el corte de un grano, el espesor c describe precisamente el lugar más "espeso".

Es natural que se pueden introducir en consideración los valores medios (para un grano dado) de las longitudes, anchuras y espesores; y varios investigadores así lo hacen. Nosotros no lo haremos,

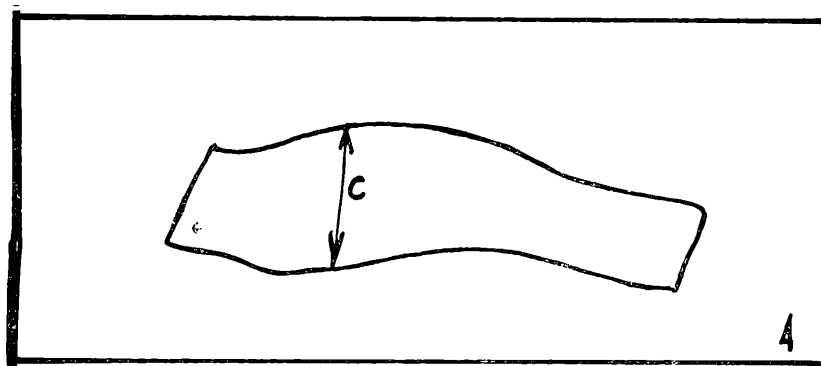


Fig. 4

y pensamos que la introducción de los valores medios aumenta tanto el número de mediciones —cada grano debe ser medido varias veces— que la aplicación de tales características debe ser desaconsejada.

2. Mediciones individuales y no individuales; mediciones directas e indirectas.

No es la geometría por sí misma la que puede interesar a un naturalista, sino sus aplicaciones. La aplicación clásica de las simples consideraciones que acabamos de dar explícitamente (pero que usualmente sólo son tomadas en consideración implícitamente) es el tamizado, igualmente clásico, es decir con una serie de tamices de orificios redondos. Por regla general se habla de obtener una clasificación por "el tamaño de los granos". Sin embargo, esta consideración es un poco abusiva: la clasificación a la que se llega utilizando una serie de tamices con orificios redondos ha seleccionado nuestro material, no por la magnitud máxima de los granos (no por su longitud), sino por su anchura, hecho ya indicado por uno de nosotros. Esta notación —"los orificios redondos seleccionan un conjunto de granos por su anchura"— puede ser explicada con la ayuda de la

figura 5. Por los orificios dibujados en esa figura el grano M. pasará, por grande que sea su longitud, pero el grano L no pasará si su anchura b_1 es mayor que el diámetro del orificio, aunque su longitud a_1 sea menor que la longitud a del grano M.

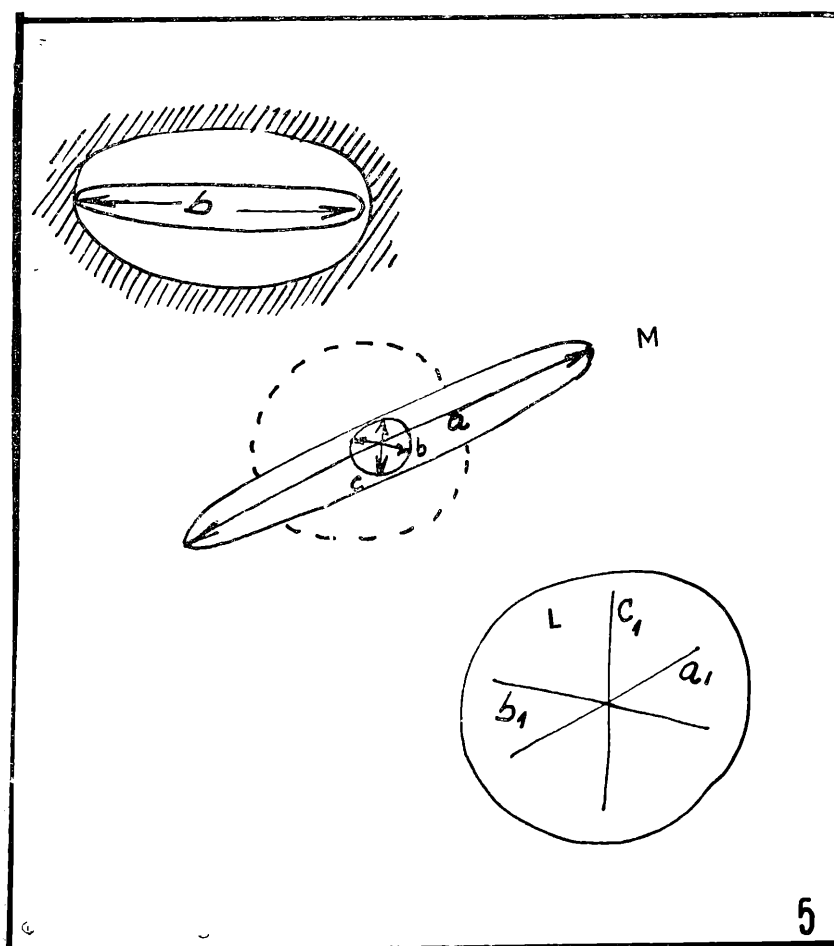


Fig. 5

La notación que se acaba de hacer no constituye un reproche: llegar al conocimiento de la distribución del conjunto dado de granos por sus anchuras, no es menos importante que tener el conocimiento de cualquier otra distribución. Lo que queremos combatir, por medio de esta notación, es una incomprensión bastante difundida de lo que se hace.

Al mismo tiempo, este procedimiento clásico nos proporciona un hermoso ejemplo de las mediciones directas, pero no individuales, introduciéndonos así en los dominios de las cuestiones concernientes

a las dos distinciones capitales que sirven de título a este párrafo. En efecto, es necesario distinguir las mediciones morfométricas directas —ya sean efectuadas con una regla o un calibre, bajo un microscopio o con una serie de tamices, poco importa— de las mediciones indirectas, por su aplicación de corrientes líquidas o de gases en las cuales nuestro conjunto de granos es introducido, por la caída libre de estos granos en un líquido, o por cualquier otro método en el cual se llega a una clasificación, al fin de cuentas, por la utilización de una fórmula fisicomatemática estudiada previamente y para todos los casos necesarios.

El hecho de que un método sea indirecto no disminuye de ningún modo su valor; a menudo tales métodos son los únicos posibles (por ejemplo para los limos, etc.); a este respecto se podrá recordar los métodos llamados densimétricos. Son bastante difundidos y no nos parece necesario exponerlos. Naturalmente que no son los únicos. El método de LAMAR supone que la porosidad de una arena bien comprimida depende del grado en el cual los granos son más o menos angulosos. De ese modo, deja caer varias veces el recipiente repleto por la arena hasta que el volumen no disminuya más; midiendo entonces la porosidad, y multiplicando el resultado adquirido por un coeficiente teórico, ha creído obtener su coeficiente que caracteriza la presencia de los ángulos sobre la superficie de los granos. Es evidente que este resultado es bastante criticable (WADELL). Por su parte, FRASER ha ensayado mejorar este método introduciendo las mediciones de la arena no solamente al estado seco sino también húmeda.

Es evidente que se pueden recordar muchas otras propiedades físicas y mecánicas que pueden proporcionarnos algunos conocimientos indirectos sobre esta cuestión, “faltando” sólo algunas operaciones teóricas para llegar a uno u otro índice que caracteriza la forma.

Sólo hemos esquematizado estos métodos indirectos para recordar su existencia, y de ningún modo para criticarlos (no habría nada más fácil que practicar aquí la crítica).

En este lugar queremos insistir sobre la necesidad de distinguir los dos tipos de métodos morfométricos en cuestión. Es importante subrayar que nadie ha propuesto métodos indirectos para determinar la forma de los granos, y que el método aquí propuesto, ya adelantado por uno de nosotros, es un método directo. Por esta razón, y dado que este trabajo se refiere a la forma de los granos, en lo que sigue sólo se hablará de los métodos y de los procedimientos directos.

La segunda distinción, de importancia todavía mayor, se refiere a la cuestión: ¿las mediciones que se proponen, deben ser aplicadas a cada grano individualmente o únicamente al conjunto de granos estudiados?

Los procedimientos clásicos de tamizado por medio de la serie de tamices con orificios redondos dan un ejemplo irreprochable de un método no individual. Aquí no se toca ningún grano aisladamente; se miden todos, pero sin considerar ninguno en su individualidad. Por el contrario, cualquier otro método directo exige mediciones sobre el grano tomado individualmente, y esto independientemente de que se los mida manualmente o bajo un microscopio. De acuerdo con

nuestro conocimiento, nadie ha propuesto métodos colectivos para determinar la forma de los granos. Es solamente recién en el año 1960 que uno de nosotros (Matschinski) ha dado las bases de un método tal.

Sin embargo, es bien evidente que se puede decir mucho contra los métodos individuales. Sin señalar que están muy limitados en el dominio de sus aplicaciones —con operaciones hechas a mano es difícil llegar a dimensiones de granos inferiores a 7 milímetros, y bajo el microscopio es extremadamente difícil hacer girar los granos— estos métodos son siempre vulnerables desde el punto de vista de la estadística y de la práctica, a causa del trabajo de “egipcio” que demandan: es inútil insistir sobre el doble hecho evidente de que la estadística exige un elevado número de mediciones y la representatividad de los subconjuntos de granos elegidos para las mediciones, todo lo cual demanda un trabajo considerable del experimentador. Subrayaremos solamente que el número de granos que sería necesario, desde el punto de vista estadístico, para determinar la distribución en sí, podría ser todavía decididamente insuficiente como conjunto representativo. En efecto, es muy difícil —en razón de la diversidad, a veces extrema, de las formas y de la naturaleza de los granos en una muestra de arena (de cantos rodados, de detritos, etc.)— indicar las operaciones seguras para obtener un subconjunto, al mismo tiempo representativo y pequeño en el número de granos, para llevar a cabo las mediciones individuales.

Ilustraremos lo que acabamos de decir con algunos ejemplos de los índices y de los métodos morfométricos propuestos con anterioridad.

3. Descripción de algunos métodos precedentes.

Parece que los más antiguos índices que han sido propuestos corresponden a los de Wentworth: relación de la superficie de los granos a su volumen; desviación media del diámetro real con respecto al diámetro medio; desviación media de la convexidad real con relación a la convexidad media. Es evidente que para un grano esférico todos esos índices son mínimos, aun nulos. Pero él mismo dice que sobre el terreno se deben medir 100-200 granos para caracterizar la roca, y él mismo encuentra que esto no resulta del todo práctico. Es por esta razón que ha simplificado dichos índices, introduciendo otros: relación del radio de curvatura media a la mitad del diámetro máximo; relación del radio máximo de curvatura al radio medio (grado de redondez); y relación del radio mínimo de curvatura al radio medio (grado de aplanamiento). Wentworth ha propuesto varios aparatos, bastante simples —análogos a los que se emplean en óptica para medir la convexidad de las lentes—.

Más tarde Tester ha propuesto otro índice, fundado en la hipótesis de que sobre cada grano se pueden encontrar los restos de los lados primitivos, y que se puede, a partir de estos restos, restituir dichos lados y medir sus dimensiones. De ese modo puede obtenerse la forma (figura 6a). Sin decir que este método exige un trabajo quizás más largo que el necesario para lograr los otros índices propuestos, es difícil ocultar que este método es el más arbitrario en su aplicación:

la restitución de la superficie primitiva puede ser efectuada, en la mayoría de los casos, de muy diferentes maneras, de igual modo que el reemplazo de las superficies primitivas por líneas de Tester. Finalmente cabría preguntar ¿qué se hará con las superficies del tipo indicado en la figura 6b?

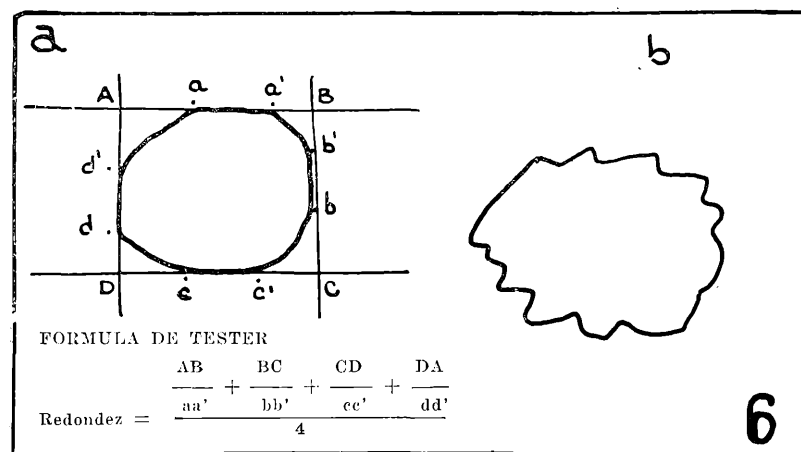


Fig. 6

Wadell introduce todavía otros índices: de esfericidad y redondez. (Lamentablemente todo el mundo utiliza la expresión “redondez” y piensa siempre de cosas físicas diferentes. Así, la “redondez” de Wentworth no es enteramente la misma cosa que la “redondez” de Wadell. Todavía, después de ellos, hemos visto otras “redondez” (*roundness*, en inglés), cuya exposición evitaremos aquí por razones obvias.

La Roundness (P), según Wadell, se expresa por la relación entre el radio de curvatura media de los “ángulos”, del grano y el radio del círculo máximo inscrito en el contorno del grano. El índice de esfericidad Ψ es definido por Wadell como la relación que existe entre la superficie de la esfera equivalente (igual por su volumen al grano dado) y la superficie de este grano.

Además, introduce la relación de estos dos índices $\frac{P}{\Psi}$, que denomina la “imagen” del grano.

Las críticas (Wentworth) le han exigido, con razón: ¿cómo se debe medir el número suficiente de granos? Igualmente, se debe dudar de la posibilidad real de medir la superficie de los granos, o de los rodados.

Szadeczki-Kardoss cree —sin dar una argumentación a este respecto— que el grado en que un grano está redondeado puede ser expresado por la relación de las superficies convexas, cóncavas y planas que limitan al grano. Ha introducido diez clases, caracterizadas por diferentes valores numéricos de este grado. Prácticamente, sólo ha medido las partes convexas, cóncavas y planas de los perímetros de los cortes principales. Para estas operaciones propone un aparato es-

pecial. Los pequeños granos han sido observados en un binocular: Szadeczki-Kardoss espera que se pueda determinar esta relación a simple vista, sin mediciones. Por su parte, Zingg ha cambiado un poco el método precedente y espera también que se pueda estimar la relación entre las diferentes partes de la superficie del grano, a simple vista.

Guggenmoos piensa, él también, que las mediciones, en el sentido exacto de esta palabra, pueden ser reemplazadas por la estimación a simple vista. Describe cinco formas de los granos de acuerdo con su redondez (y ésta tampoco es, evidentemente, la misma cosa que la "redondez" de los otros autores).

En general, todos reconocen que se debe tener un método que pueda ser aplicado en igual medida a los granos grandes y pequeños, y que pudiera ser utilizado sin gran pérdida de tiempo. Algunos han llegado a dudar de la existencia de un método y de una definición matemáticos que no exijan un largo trabajo.

En el deseo de simplificar las dificultades de las mediciones y de las definiciones complejas, como las que se acaban de describir, André CAILLEUX ha propuesto su índice de desgaste, $2r_1 : L$, en el cual r_1 es el menor radio de curvatura de la superficie del grano, y L la mayor dimensión (longitud). Igualmente se puede mencionar el índice de aplanamiento $-(L + 1) : 2E$ en el cual L representa lo mismo que en el índice anterior, l corresponde al ancho y E al espesor. (Estas son las letras empleadas por CAILLEUX en los símbolos dados por nosotros en el parágrafo 1 : $L = a$, $l = b$ y $E = c$). Se habla todavía de la asimetría ($AC : L$), donde AC corresponde a la longitud visible en la figura 7.

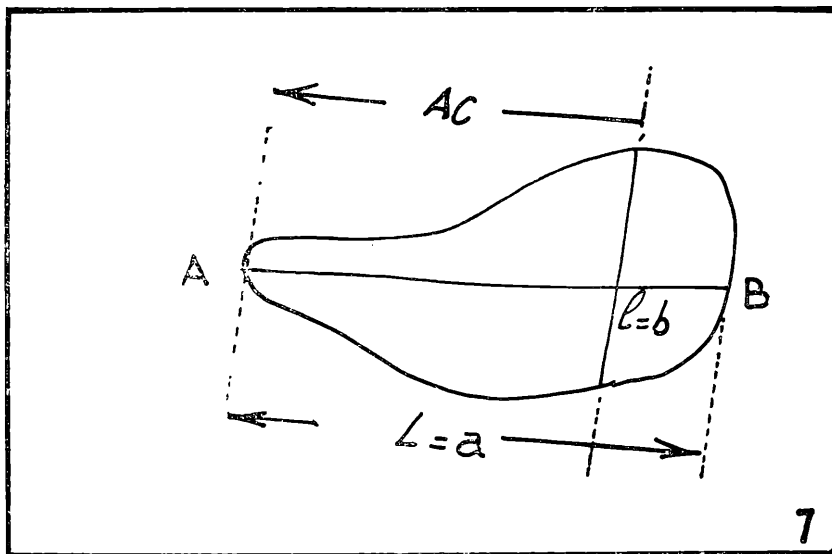


Fig. 7

Es natural que las mediciones necesarias para calcular los valores numéricos de los índices que se acaban de citar requieren menos tiempo que otros métodos, y esto explica el porqué los índices de CAILLEUX están muy difundidos en la actualidad. En esta enumeración se podría mencionar también los nombres de RUSSELL y TAYLOR.

Sin embargo, los métodos en los cuales la estimación numérica está reemplazada por un juzgamiento a simple vista para hacer participar a un grano dado de alguna de las clases establecidas previamente (ver más arriba), son aplicados bastante a menudo, aun en la actualidad. Por ejemplo, en los **"Report"** del penúltimo Congreso Geológico Internacional, FABER utiliza cinco clases caracterizadas por cinco pares fotográficos, haciendo uso, un poco abusivamente, de las vistas en perspectiva.

Esta corta síntesis podría ser completada con otros numerosos nombres. Sin embargo, no lo haremos, porque no tenemos ninguna pretensión de proporcionar una síntesis exhaustiva. El único nombre que queremos agregar todavía es el de PREOBRAJENSKI, cuya notable publicación, aparecida durante la última guerra, lamentablemente es poco conocida.

4. Utilización de los tamices y de los otros clasificadores.

Volvamos a lo que hemos dicho al final del párrafo 2. Hemos visto que los autores de todos los métodos expresan su deseo de proporcionar el método prácticamente aplicable. Pero, en realidad, todos estos autores han sido llevados, por la fuerza de las circunstancias, ora a hacer demasiado pocas mediciones (desde el punto de vista de la estadística), ora a llevar a cabo un trabajo enorme.

Como es natural, esto no representa su falta personal sino precisamente las dificultades propias de cada método de mediciones individuales: se debe 1) para satisfacer las exigencias estadísticas, llevar a cabo una enorme cantidad de mediciones y perder el tiempo sin limitación; o bien 2) para permanecer en los dominios de la realidad, efectuar pocas mediciones, en evidente contradicción con la regla de los grandes números. Así WADELL piensa —sin proporcionar ningún argumento— que se pueden medir solamente 225 granos de una muestra que él estima (y resulta difícil comprender cómo) consistente de 6.877.156 granos (sic). Todo es llamativo aquí: negligencia de la regla de los grandes números y capacidad formidable de contar.

Para volver a lo serio de la cuestión, podemos decir que el problema se plantea así: De ningún modo buscar todavía un "índice", astucioso o sencillo, que describa tal o cual propiedad geométrica de los granos; no discutir la "utilidad" de uno u otro método y el "grado" en el cual el índice propuesto caracteriza el conjunto de los granos en cuestión; sino que se trata de establecer un índice tal que su determinación reúna el máximo de exactitud posible con el mínimo de operaciones a efectuar.

Un método tal sólo podría ser no individual. De acuerdo con todo lo que hemos dicho, no hay ninguna comparación entre los mé-

todos individuales y los no individuales desde este punto de vista. Prácticamente, no tenemos ningún límite para el número de granos a medir, cuando son medidos en conjunto y no uno después de otro; de ese modo, de un solo golpe satisfacemos a la exigencia de la estadística (número de mediciones) y a la práctica (tiempo relativamente corto de las operaciones).

En otras palabras, el problema se plantea así: No definir un "índice" y luego buscar las mediciones, sino observar 1) qué medidas no individuales están a nuestra disposición, y 2) qué índices de forma se pueden definir y medir con ellas.

El método más simple para las mediciones no individuales es el tamizado, aunque también existen otros. Ya hemos señalado en el

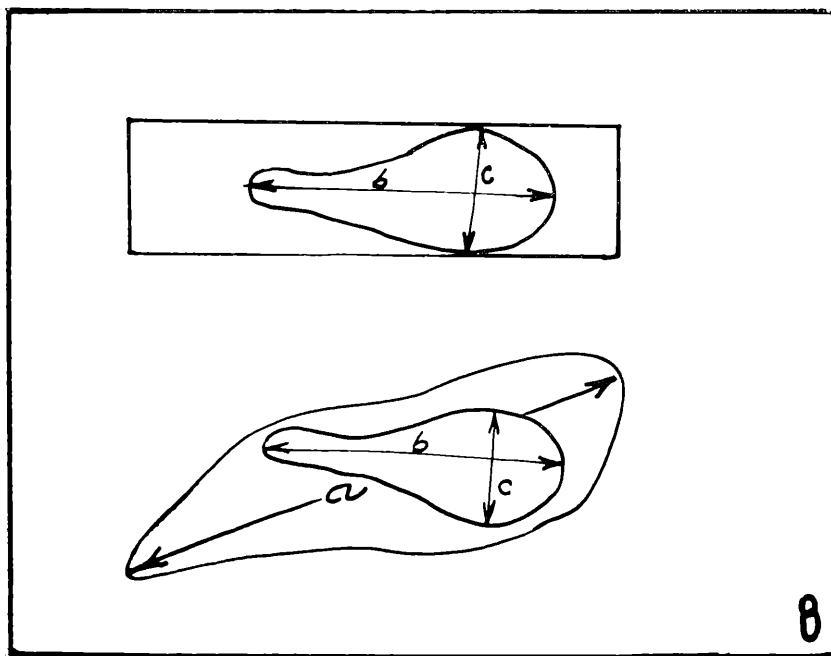


Fig. 8

parágrafo 2 que el empleo clásico de los tamices con orificios redondos equivale a la clasificación del conjunto tamizado de granos por sus anchuras. Dado que un índice de forma debe contener al menos dos propiedades geométricas características de los granos, sería necesario intentar encontrar todavía otra característica medible por una serie de tamices. Lo más simple que puede venir a la mente es el tamizado con tamices que posean orificios alargados. Imaginémonos, por ejemplo, los tamices con orificios que tengan la forma rectangular, cuya longitud sea sensiblemente mayor que la anchura; para fijar ideas supongamos que la longitud de los orificios sobrepase decididamente las dimensiones, aun máximas, de los granos.

Efectuemos, pues, el tamizado de un conjunto de granos con la ayuda de una serie de tamices con orificios alargados, de la forma descrita más arriba, tamices que se distingan los unos de los otros por la anchura de sus orificios. ¿Por qué característica estarán clasificados los granos luego de esta operación? Resulta evidente que lo estarán por su dimensión menor (el espesor, tal cual lo hemos designado en el párrafo 1).

Para explicar este hecho importante en el método propuesto, se ruega al lector referirse a las figuras 8a y 8b. En la primera se ve el corte de un grano que pasa a través de un orificio alargado de la forma descrita. En la segunda se ve el mismo grano en perspectiva. Estas dos figuras nos muestran que es la magnitud c que será separada por las diferentes anchuras de los orificios (el espesor de los granos será separado por las anchuras de los orificios; que se nos excuse la desigualdad de la terminología), en tanto que las dimensiones a y b poseen todas las posibilidades de pasar por la superficie separadora, perpendicular o paralelamente a ella.

Así se puede afirmar que una serie de tamices con orificios alargados separa un conjunto de granos por sus espesores, de la misma manera que la serie de tamices con orificios redondos separa el mismo conjunto por las anchuras de los granos. De esto se desprende que ya se tienen dos métodos independientes de medir dos dimensiones características de los granos. Cada dimensión, por sí misma, no proporciona ninguna idea de las formas de los granos; las dos juntas sí. El determinar qué combinación de b y de c , así medidas, se elegirá para el índice característico, es un problema ulterior. Lo que hemos establecido nos dice solamente que hay dos métodos simples (que se los puede considerar como uno solo) de mediciones no individuales para una determinación numérica de las distribuciones de dos dimensiones características en un conjunto de granos.

Es evidente que el hecho de que existan dos de tales métodos no excluye la posibilidad de que existan todavía otros. Es por esta razón que, antes de emprender las posibilidades surgidas de estas medicio-

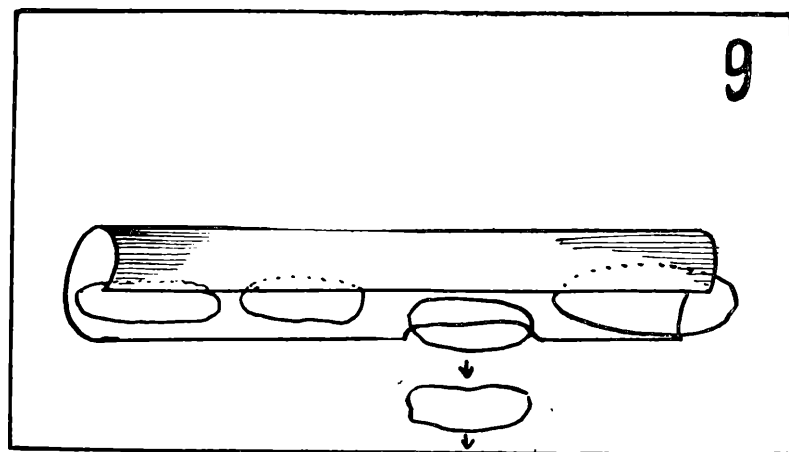


Fig. 9

nes con los tamices, se deben decir algunas palabras sobre otras eventualidades.

Primeramente se debe subrayar —lo que se puede probar matemáticamente— que no hay ninguna posibilidad de clasificar, con la ayuda de los tamices, los granos de un conjunto por su longitud. Evidentemente que esto no significa excluir la proposición de otras construcciones mecánicas que lo puedan hacer. Por ejemplo, se puede imaginar, en lugar de tamices, un sistema de pequeños tubos, cada uno de los cuales tiene un orificio en su costado por el cual un grano, que se desplaza por el tubo, puede salir (figura 9). Una serie de tales elementos clasificará el conjunto de granos por sus longitudes: son las longitudes de los orificios mencionados las que determinarán la clasificación. Es lógico que este ejemplo, puramente teórico, sólo se proporciona a título ilustrativo, por cuanto una aplicación práctica es apenas posible: los tubos se taponarán rápidamente y todo funcionamiento será imposible.

Este ejemplo puede generalizarse. Dado que —según lo acabamos de ver— ningún sistema de orificios puede clasificar los granos por sus longitudes, no nos podemos imaginar los clasificadores de granos en los cuales el camino que deban recorrer los granos no sea curvo. Esta última circunstancia entraña naturalmente un golpeteo para el pasaje de los granos y vuelve la utilización práctica siempre dudosa.

Es evidente que se puede plantear la cuestión de otra manera. Puede preguntarse qué diferencias se obtendrán en la clasificación de los granos si se efectúa consecutivamente un tamizado con una serie de tamices de orificios redondos, y un segundo tamizado con tamices de orificios angulares, como los de la figura 10. Un grano anguloso

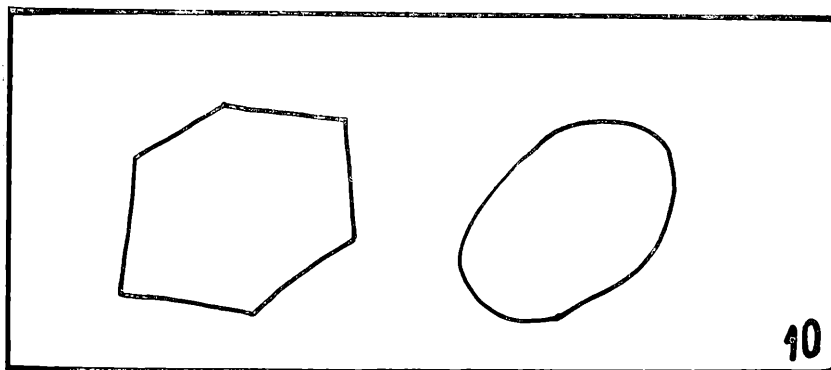


Fig 10

pasará por un orificio angular correspondiente y será retenido por los orificios redondos, elípticos o, en general, no angulosos. Entonces, dos series de tamices de los tipos descritos darán, por principio, distribuciones diferentes: se podrá afirmar que esta diferencia será tanto más sensible cuanto más angulosos sean los granos del conjunto y, por el contrario, será despreciable cuando el porcentaje de granos angulosos sea pequeño.

Sin embargo, se debe reconocer que las diferencias de que se habla serán siempre bastante débiles y la interpretación bastante equívoca. Es por ello que resulta difícil recomendar un semejante doble tamizado. Además, hay todavía una razón suplementaria para dudar de la eficacia de este método, es decir que los orificios de los tamices correspondientes a las dos series, al no tener, ni siquiera cercanamente, la diferencia geométrica entre ellos tan sensible como la diferencia entre los orificios redondos y los orificios muy alargados del método precedente, se volverán pronto prácticamente iguales a causa del desgaste provocado por el pasaje de los granos.

Dilucidados así los problemas de los tamices, nos falta todavía proporcionar algunas notaciones sobre los métodos no individuales, diferentes del tamizado.

Ya hemos mencionado en los párrafos precedentes algunos métodos a este respecto: repartición de las fracciones por la caída de los granos en el seno de un líquido (párrafo 2), método del amontonamiento (párrafo 3), y otros. Todos estos métodos, buenos y malos, exitosos o no, tienen una característica común, tal es la de proporcionar una sola distribución, en tanto que, para obtener un índice que caracterice la forma se requiere tener por lo menos dos de ellas. A falta de tener la posibilidad de observar dos distribuciones mediante un mismo tipo de experiencias, se puede pensar en utilizar los resultados de dos métodos diferentes. Sin embargo, es más que difícil hacerlo razonablemente, porque los resultados proporcionados por tales métodos diferentes son muy difíciles de comparar entre sí; aun podría decirse que, a menudo, son incompatibles. En efecto, los fenómenos físicos que se encuentran en la base de estos métodos (viscosidad, capacidad de amontonamiento, porosidad de un conjunto de granos, etc.) son tan diferentes entre sí, que una interpretación geométrica directa no es posible y, por ello, toda comparación es perturbada por la ausencia de magnitudes físicas o geométricas comunes. Por el contrario —volviendo a la operación del tamizado—, se recuerda que las distribuciones dadas por él, conciernen a magnitudes geométricas del mismo tipo (dimensiones de los granos) y que son fácilmente comparables.

Por todas estas razones, creemos que la única posibilidad práctica de medir las distribuciones de dos propiedades geométricas de los granos, posibilidad de efectuar las mediciones rápida y exactamente, está dada por la utilización del doble tamizado, descrito más arriba, con tamices de orificios redondos y alargados. Es por ello que dejaremos todos los otros métodos, que no sea el doble tamizado en cuestión, y todo lo que sigue sólo será la exposición de los detalles de este método y de sus aplicaciones.

5. Cuadros surgidos de la aplicación del doble tamizado y su teoría. Diferentes expresiones de las relaciones —índices de forma— a que dan lugar dichas mediciones.

Se efectúa el doble tamizado con dos series de tamices como las que se acaban de describir. Para fijar las ideas, supongamos que hemos elegido las series que contienen diez tamices cada una. En el caso de un simple tamizado, éste nos habría llevado a diez fracciones,

obtenidas por los diez tamices y un resto que ha pasado por todos. En el caso del doble tamizado, habría evidentemente muchas más fracciones. Para el número de estas fracciones consideremos en detalle el procedimiento propuesto. Es recomendable comenzar por la aplicación de los tamices con orificios redondos; las razones para ello se aclararán enseguida. Luego de ese primer tamizado, se separa cada fracción con la ayuda de la otra serie de tamices (con orificios alargados, si hemos comenzado con los tamices clásicos). Sin embargo, no se debe pensar que el tamizado de cada fracción primitiva (generada por la aplicación de la primera serie de tamices) nos proporcionará nuevamente diez fracciones, debidas a la aplicación de la serie de tamices con orificios alargados. Esto ocurrirá sólo con la primera fracción, retenida por el tamiz mayor con orificios redondos. La siguiente —correspondiente a los granos retenidos por el tamiz de orificios redondos, de la dimensión segunda en el orden de magnitud de los diámetros— se repartirá solamente en nueve. En efecto, esta segunda fracción, de los tamices con orificios redondos, no contiene granos con la anchura b correspondiente al primer tamiz. Es por esta razón que tampoco contiene granos con el espesor c correspondiente a los orificios mayores. No se olvidará que por definición c es menor que b .

Por la misma razón, la tercera fracción, generada por el tamizado con los tamices de orificios redondos, dará lugar a ocho fracciones solamente, la cuarta sólo tendrá siete, etc., etc., hasta la última, que sólo contendrá una única fracción (y el resto, naturalmente).

De ese modo, el número máximo de fracciones, originado por un doble tamizado con dos series de diez tamices cada una, es igual a: $10 + 9 + 8 + 7 + 6 + 5 + 4 + 3 + 2 + 1 = 55$, pero nunca igual a 10 por $10 = 100$, como podría pensarse a primera vista. Este número de 55 fracciones es naturalmente el número máximo posible de fracciones, al igual que el número 10 es el número máximo de fracciones para el tamizado clásico con diez tamices. Nadie se asombrará cuando, como en el resultado de un tamizado clásico, ciertas fracciones se encuentren vacías, sin contener granos. Resulta evidente que de las 55 fracciones teóricas, sólo pueden obtenerse 23, por ejemplo, como es el caso para la primer muestra de la Segunda Parte, o aun 3 fracciones, como nos han proporcionado las muestras 18 y 20 de dicha Segunda Parte. Por el contrario, las muestras 10 y 11 nos han proporcionado 50 fracciones reales. Sin embargo, este número de fracciones —cincuenta— es ya excepcional; como lo demuestra la experiencia, en la mayoría de los casos se tienen entre treinta y cuarenta fracciones.

En esencia, las cosas no cambiarán si se comienza por el tamizado con los tamices de orificios alargados (se tendrán diez fracciones primitivas y el resto) y sólo después se lleva a cabo el tamizado con los tamices de orificios redondos.

La única diferencia teórica será la siguiente: corresponderá a la primera fracción del tamizado con tamices de orificios alargados, la que sólo proporcionará una fracción, y a la última (la décima), que dará lugar a diez fracciones; las intermedias se repartirán respec-

tivamente en dos, tres, cuatro, etc., hasta nueve fracciones. De ese modo, el número de fracciones será igual a:

$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 + 8 + 9 + 10$ fracciones, es decir siempre 55. Sin embargo, no habrá restos luego de estos tamizados con tamices de orificios redondos, puesto que todos los restos se habrían eliminado con el tamizado primitivo, que aquí correspondería al que se habría efectuado con los tamices de orificios alargados. Se podría tener la impresión de que este orden de los tamizados es prácticamente más cómodo, a causa de que los restos habrían sido eliminados en la primera operación. No obstante, esta aparente economía de tiempo es obtenida, en primer lugar, a costa de los restos no clasificados. En segundo lugar —y esto es decisivo— este segundo orden de aplicación de los tamices no es natural, porque prescribe la utilización de los tamices con agujeros de superficies menores antes que los tamices de orificios con superficies mayores. Prácticamente esto lleva a un trabajo más largo y a un desgaste más considerable y menos homogéneo de los tamices. ¿Será necesario subrayar que la abrumadora mayoría del tiempo exigido por un tamizado se debe principalmente a la limpieza de los tamices? Creemos que solamente los teóricos optimistas se opondrán a esta triste necesidad. De modo que podríamos afirmar que la experiencia muestra que el orden de tamizado indicado primeramente (ver el comienzo del párrafo es el más conveniente.

Imaginémonos entonces que se efectúa un tamizado del tipo descrito. Sus resultados (los pesos o los volúmenes de las fracciones o, finalmente, los números de los granos de ellas) deben presentarse sobre cuadros, para lo cual se recomiendan los del tipo de la pág. 54.

En dicho cuadro $b_1, b_2, b_3, \dots, b_{10}$ son los diámetros de los orificios redondos de nuestros tamices, y $c_1, c_2, c_3, \dots, c_{10}$ la anchura de los orificios de los tamices con agujeros alargados. En la intersección de las columnas $c_1, c_2, c_3, \dots, c_{10}$ con las líneas $b_1, b_2, b_3, \dots, b_{10}$ se colocan los resultados correspondientes a las fracciones. Es evidente, como ya lo hemos hecho notar, que de las cien intersecciones no estarán ocupadas más de cincuenta y cinco, sobre todo las que se encuentran sobre la diagonal mayor, hacia arriba y hacia la derecha. Por el contrario, todos los lugares por debajo y a la izquierda de dicha diagonal, por principio, se encontrarán vacíos. La columna "Resto" contendrá los datos referentes a ellos; la columna B contendrá las fracciones primitivas del tamizado con tamices de orificios redondos; finalmente, la línea C contendrá las fracciones primitivas del tamizado con tamices de orificios alargados. Resulta natural que, en la práctica, los datos de esta última línea se obtengan por simple adición de los datos de las columnas correspondientes, y no nos servirán para probar la exactitud de las diferentes operaciones aritméticas necesarias para la aplicación del cuadro; además, se servirá de esta última línea para calcular el espesor medio de los granos en la muestra estudiada. En el lugar indicado con Σ se escribirá la característica (peso, volumen o número de granos) de toda la muestra. Es evidente que este número debe ser igual a la suma de todos los números de la columna B y, al mismo tiempo, a la suma de todos los números de la línea C. La coincidencia prác-

tica de esos dos valores nos demuestra la exactitud de los cálculos, y es por ello que no será inútil la recomendación de efectuarlos siempre.

Todo lo que hemos indicado para el caso especial de diez tamices en cada una de las series, puede ser fácilmente generalizado para el caso de cualquier número de tamices. De ese modo, teniendo en general k tamices en cada una de las series, se tendrá un Cuadro con k^2 intersecciones. Sin embargo, el número máximo de las frac-

ciones será igual a $\frac{(k + 1) k}{2}$, y toda intersección que se encuen-

tre por debajo y a la izquierda de la diagonal mayor permanecerá siempre vacía.

Para la práctica hemos elegido precisamente las series de diez tamices. No insistiremos sobre el hecho de que esa elección es la mejor desde el punto de vista teórico. Sólo diremos que son más bien las razones técnicas bastante fortuitas las que nos han obligado a detenernos sobre el número diez. Primeramente, era necesario tomar en consideración el intervalo general de los granos en nuestras muestras. En este sentido, había que tomar diez milímetros como el límite entre las gravas y las gravillas (de acuerdo con la clasificación más corrientemente empleada en Francia). Para el otro límite del intervalo se elige la dimensión de un milímetro, por la simple razón de que los tamices con orificios más pequeños no son prácticamente utilizables a causa del acúñamiento demasiado frecuente de los granos en los agujeros, de la limpieza interminable que exige y del desgaste que destruye los tamices de una manera acelerada.

De ese modo, las gravillas y las fracciones arenosas estudiadas se encontrarán limitadas entre 10 y 1 milímetro. Sin embargo, si el límite inferior (1 mm) es prácticamente infranqueable el límite superior sólo es convencional. Uno de nosotros (CALMELS) ha efectuado mediciones semejantes para los cantos rodados de La Vendée.

Pero, permaneciendo dentro del material presente, tenemos entonces un intervalo comprendido entre 10 y 1 milímetro, que resulta difícil repartir en más de diez fracciones, porque de otro modo las diferencias entre los orificios de dos tamices sucesivos serán demasiado pequeñas, en primer lugar, y, por otra parte, deben evitarse las dimensiones que estén expresadas por un número con gran cantidad de decimales. De ese modo, una dimensión de orificios tal como 2,371 mm es ilusoria, y no debe ser elegida (ver más adelante). Finalmente, desde el punto de vista práctico es recomendable conformarse con los tamices de las dimensiones que se fabrican, lo que simplifica mucho la adquisición de los tamices y todo reemplazo necesario por causa de desgaste, de pérdida en expediciones, etc.

Todas estas consideraciones nos han llevado a elegir las series de diez tamices.

Volvamos ahora al Cuadro típico de los resultados, proporcionado en la página 54.

Sin entrar todavía en el problema de cómo se deben elegir los números $b_1, b_2, b_3, \dots, b_{10}, c_1, c_2, c_3, \dots, c_{10}$, consideremos primeramente las medias que se pueden calcular con la ayuda del Cuadro típico, para cualquier elección de estas últimas.

Es evidente que hay dos de tales números. Primeramente, es la anchura media de los granos en la muestra en cuestión. Dado que los granos en todas las fracciones de una línea cualquiera del Cuadro tienen casi las mismas anchuras (definidas por los diámetros de los orificios de los tamices superior e inferior a esta línea), se puede, en primera aproximación, contar con que todos los granos

de esta línea, por ejemplo cuarta, tienen la anchura $\frac{b_3 + b_4}{2}$ ó, en

general, para la línea n : $\frac{b_{n-1} + b_n}{2}$. Entonces, el valor medio buscado será:

$$\text{Anchura media} = \bar{b} = \frac{1}{10} \left(\frac{b_0 + b_1}{2} B_1 + \frac{b_1 + b_2}{2} B_2 + \frac{b_2 + b_3}{2} B_3 + \dots + \frac{b_9 + b_{10}}{2} B_{10} \right)$$

lo que se indicará simbólicamente por $\bar{b} = \frac{1}{k} \sum b$. Análogamente, se

tiene: $\bar{c} = \frac{1}{k} \sum c$; o, para nuestro caso, el espesor medio será:

$$\text{Espesor medio} = \bar{c} = \frac{1}{10} \left(\frac{c_0 + c_1}{2} C_1 + \frac{c_1 + c_2}{2} C_2 + \frac{c_2 + c_3}{2} C_3 + \dots + \frac{c_9 + c_{10}}{2} C_{10} \right)$$

Aquí, b_1, b_2 , etc., c_1, c_2 etc., ya han sido definidas en tanto que b_0 y c_0 corresponden al diámetro de los orificios redondos y a la anchura de los orificios alargados de dos tamices fuera de serie con los cuales se eliminan los cantos rodados y todo el material de granulometría mayor que el límite superior que nos hemos fijado. En el caso de las dimensiones elegidas, $b_0 = c_0 = 10$ mm. Es evidente que la utilización de c_0 no es prácticamente necesaria porque el resultado deseado se ha producido ya por la aplicación del tamiz con $b_0 = 10$ mm. De ese modo, además de los 20 tamices de las dos series descriptas más arriba, se tiene necesidad de uno más, para separar de la muestra todo lo que sobrepasa el límite aceptado (10 mm).

Los números obtenidos —la anchura y el espesor medios— tomados aisladamente uno del otro, nada nos dicen a propósito de la forma media de los granos. Por el contrario, cualquier combina-

ción de ellos caracteriza, bajo un ángulo u otro, la forma media de los granos de la muestra. Se puede tomar, por ejemplo, su relación, su diferencia, o cualquier otra función. Sin insistir en que sea posible aquí una elección única, y dejando a cada investigador elegir la que quiera, hemos elegido la relación entre el espesor y la anchura como una característica eventual de un aspecto de la forma de los granos, y especialmente del **ensanchamiento** de ellos (ver la figura 11, en la cual se han dibujado diferentes granos con la

c
misma relación $\frac{c}{b}$).

Sin embargo —y aquí llegamos al punto capital del problema—, la elección de una u otra función de b o c (por ejemplo, la elección

c
de la fracción $\frac{c}{b}$ —) no determina todavía definitivamente la carac-

terística. Lo más importante es pensar claramente sobre qué magnitudes se trata en nuestra relación: ¿son las medias o las individuales, en el sentido propio de esa palabra, o, finalmente, individuales en un sentido aproximativo, es decir comunes para una fracción? Dado que en este trabajo nos ocuparemos de las medidas no individuales, de las tres eventualidades que se acaban de citar sólo nos quedan la primera y la tercera.

En base a lo anteriormente expuesto, se deben distinguir tres coeficientes de ensanchamiento diferentes:

— El coeficiente de ensanchamiento como la relación entre los valores medios de la anchura y del espesor de los granos (las indicaciones proporcionadas más arriba indican cómo debe ser calculado ese coeficiente);

— El coeficiente de ensanchamiento como la media de las rela-

c
ciones $\frac{c}{b}$ para todas las fracciones;
b

— Finalmente, el coeficiente de ensanchamiento como la inversa

b
de la media de las relaciones $\frac{b}{c}$ — (sic) de todas las fracciones
c

de la muestra.

Matemáticamente resulta evidente que estos tres tipos de coeficientes en cuestión sean numéricamente diferentes. No faltarán quienes dudarán, quizás, de que la diferencia entre estos tres tipos será sensible prácticamente. Sin embargo, los cálculos prácticos prueban que pueden producirse todas las posibilidades: estos coeficientes pueden ser bastante diferentes los unos de los otros, o ser iguales. A título de ejemplo, citemos los valores numéricos obtenidos

para la arena de playa de Anse du Brick (muestra Nº 1 de la Segunda Parte): el coeficiente de ensanchamiento en cuanto relación de las medias es igual a 0,71; el coeficiente de ensanchamiento en

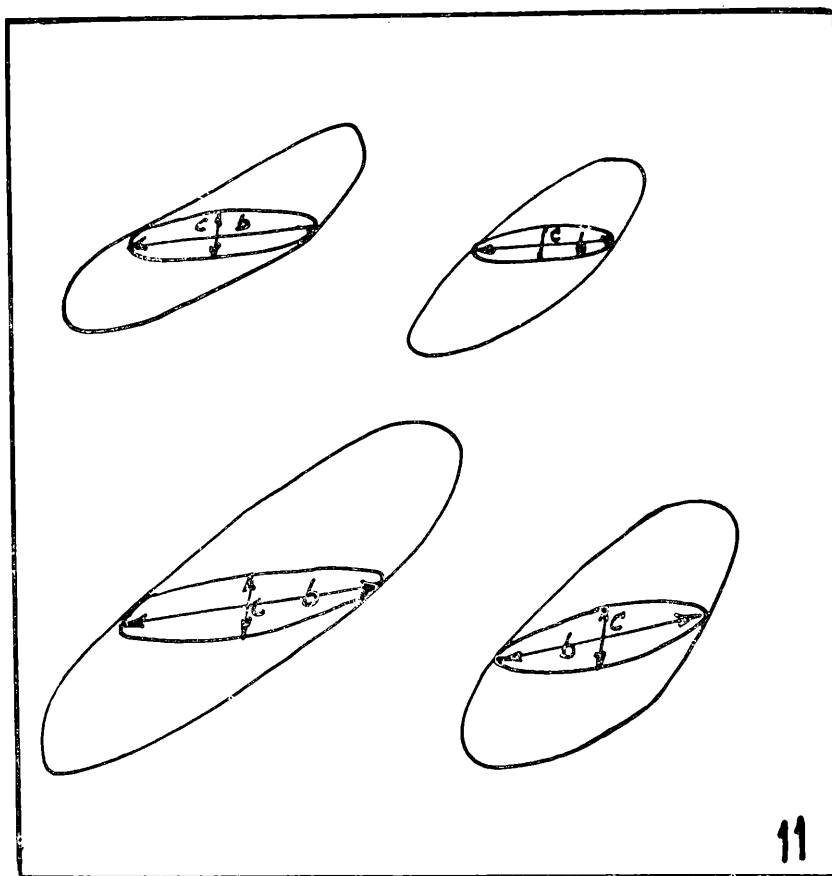


Fig. 11. — Distintos tipos de granos que se caracterizan por poseer la relación $\frac{c}{b}$ igual en todos los casos.

cuanto media de la relación $\frac{c}{b}$ es igual a 0,72; finalmente, el coeficiente de ensanchamiento en cuanto inversa de la media de la relación $\frac{b}{c}$ es igual a 0,69. Igualmente, para la playa de Landemer

(muestra Nº 8 de la Segunda Parte, se pueden citar los resultados siguientes de las mediciones: el coeficiente de ensanchamiento en cuanto a relación de las medias es 0,70; el coeficiente de ensancha-

miento en cuanto a media de la relación $\frac{c}{b}$ es igual a 0,73; final-

mente, el coeficiente de ensanchamiento en cuanto a inversa de la

media de la relación $\frac{b}{c}$ es igual a 0,72. Estas diferencias pueden

parecer insignificantes a primera vista, pero no se debe olvidar que el mismo coeficiente para diferentes arenas sólo difiere por el mismo orden de magnitud. Así, por ejemplo, el segundo de los coeficientes

citados $\left(\sum \frac{c}{b}\right)$ es igual, para las arenas de la playa de Anse du Brick,

a 0,72, y para las correspondientes a la playa de Landemer, a 0,73.

Convenza o no, se debe tener en cuenta esta diferencia y precisar claramente de qué se trata en uno u otro caso. Lamentablemente, a menudo se olvida precisarlo.

Es evidente que no hemos citado las muestras Nº 1 y 8 por las diferencias excepcionales que presentan; estas diferencias son más bien típicas para el conjunto de las veinte muestras de la Segunda Parte. No faltan muestras en las cuales el valor de los coeficientes de ensanchamiento coincide aun en la segunda decimal, en tanto que en algunas otras varía en un 15 % (muestra Nº 19) y hasta en un 20 % (muestra Nº 9).

Pero dejemos estos detalles especiales y volvamos a la teoría general del método y a la construcción de los cuadros cuyo tipo general se ha dado algunas páginas atrás.

Como lo hemos visto, el cálculo de las medias de b y de c está enormemente facilitado por el hecho de que las fracciones que se encuentran en una misma línea del Cuadro tienen todas el mismo valor de b y que todas las fracciones que se encuentran en la misma columna tienen el mismo valor de c , y esto independientemente de la elección de los valores numéricos para $b_1, b_2, \text{etc.}, c_1, c_2, \text{etc.}$ En general —sin que esta propiedad exista— sería suficiente (para calcular la medida) con multiplicar el peso de cada fracción (el volumen, el número de granos) por las dimensiones b, c que la caracterizan y, solamente luego, efectuar las sumas. Así, para el primer coeficiente de ensanchamiento del que acabamos de hablar, los valores que se encuentran en el interior del Cuadro no son inmediatamente necesarios, sino que lo son únicamente los valores que se encuentran en la última columna (B) y en la última línea (C), porque se los utiliza directamente. Ahora, nuestra tarea será de ensayar la transformación de nuestro Cuadro en una forma tal que la misma simplificación tenga lugar para el cálculo de las medidas

de las relaciones $\frac{c}{b}$ y $\frac{b}{c}$: dos problemas que se reducen a uno solo.

En efecto, si dos fracciones tienen el mismo valor de $\frac{c}{b}$, tendrán también el mismo valor para $\frac{b}{c}$, aunque —repitámoslo— la media de una no coincida con la inversa de la media de la otra.

Para llegar a resolver el problema de una transformación tal, se puede partir de la observación de que todas las fracciones de la diagonal mayor de nuestro Cuadro contienen los granos práctica-

mente redondos, es decir, que tienen la relación $\frac{c}{b}$ y $\frac{b}{c}$ práctica-

mente muy próxima a la unidad. Entonces, se piensa fácilmente definir los valores numéricos de $b_1, b_2, \text{etc.}, c_1, c_2, \text{etc.}$, de tal manera que las relaciones en cuestión, en las fracciones de las diagonales paralelas a la diagonal mayor, sean las mismas. Es evidente que para llegar a un Cuadro que tenga esta cómoda propiedad, será necesario y suficiente que las relaciones entre las características numéricas (diámetro de los orificios redondos y anchura de los orificios alargados) para cada dos tamices aplicados sucesivamente, sean las mismas:

$$\begin{aligned} &\frac{c_2}{c_1} = \frac{c_3}{c_2} = \frac{c_4}{c_3} = \frac{c_5}{c_4} = \frac{c_6}{c_5} = \frac{c_7}{c_6} = \frac{c_8}{c_7} = \frac{c_9}{c_8} = \frac{c_{10}}{c_9} = \frac{b_1}{b_0} = \\ &\frac{b^2}{b_1} = \frac{b^3}{b_2} = \text{etc.}, \text{ hasta } = \frac{b_{10}}{b_9} \end{aligned} \tag{1}$$

En efecto, si se realizan las condiciones que acabamos de describir, se desprende lo siguiente:

$$\begin{aligned} &\frac{c_1}{b_1} = \frac{c_2}{b_2} = \text{etc.} = \frac{c_{10}}{b_{10}} \\ &\frac{c_2}{b_1} = \frac{c_3}{b_2} = \text{etc.} = \frac{c_{10}}{b_9} \\ &\frac{c_3}{b_1} = \frac{c_4}{b_2} = \text{etc.} = \frac{c_{10}}{b_8} \\ &\frac{c_4}{b_1} = \frac{c_5}{b_2} = \text{etc.} = \frac{c_{10}}{b_7} \\ &\frac{c_5}{b_1} = \frac{c_6}{b_2} = \text{etc.} = \frac{c_{10}}{b_6} \end{aligned}$$

$$\begin{array}{ccc} c_6 & c_7 & c_{10} \\ \frac{\quad}{b_1} = \frac{\quad}{b_2} = \text{etc.} = \frac{\quad}{b_5} \\ \\ c_7 & c_8 & c_{10} \\ \frac{\quad}{b_1} = \frac{\quad}{b_2} = \text{etc.} = \frac{\quad}{b_4} \\ \\ c_8 & c_9 & c_{10} \\ \frac{\quad}{b_1} = \frac{\quad}{b_2} = \text{etc.} = \frac{\quad}{b_3} \\ \\ & c_9 & c_{10} \\ & \frac{\quad}{b_1} = \frac{\quad}{b_2} \end{array} \tag{2'}$$

es decir que se tendría la propiedad deseada.
Dado que $c_1 = b_1$, $c_2 = b_2$, etc., hasta $c_{10} = b_{10}$ y que la relación $\frac{b_0}{b_{10}}$ es igual a 10, el cálculo numérico elemental nos da una

aproximación de tres decimales exactos:

$$\begin{array}{lcl} b_0 & = & 10,000 \text{ mm} \\ b_1 = c_1 & = & 7,943 \text{ mm} \\ b_2 = c_2 & = & 6,310 \text{ mm} \\ b_3 = c_3 & = & 5,012 \text{ mm} \\ b_4 = c_4 & = & 3,981 \text{ mm} \\ b_5 = c_5 & = & 3,162 \text{ mm} \\ b_6 = c_6 & = & 2,512 \text{ mm} \\ b_7 = c_7 & = & 1,995 \text{ mm} \\ b_8 = c_8 & = & 1,585 \text{ mm} \\ b_9 = c_9 & = & 1,259 \text{ mm} \\ b_{10} = c_{10} & = & 1,000 \text{ mm} \end{array}$$

Resulta natural que no existe ninguna posibilidad absoluta de construir ni de utilizar tamices que tengan orificios de dimensiones definidas hasta la tercera decimal. Es por ello que para los trabajos prácticos es necesario redondear las cifras dadas hasta el límite de la realidad técnica. Se puede proponer, por ejemplo, la serie de tamices con las dimensiones siguientes:

$$\begin{array}{lcl} b_0 & = & 10,00 \text{ mm} \\ b_1 = c_1 & = & 8,00 \text{ mm} \\ b_2 = c_2 & = & 6,30 \text{ mm} \\ b_3 = c_3 & = & 5,00 \text{ mm} \\ b_4 = c_4 & = & 4,00 \text{ mm} \\ b_5 = c_5 & = & 3,15 \text{ mm} \\ b_6 = c_6 & = & 2,50 \text{ mm} \\ b_7 = c_7 & = & 2,00 \text{ mm} \\ b_8 = c_8 & = & 1,60 \text{ mm} \\ b_9 = c_9 & = & 1,25 \text{ mm} \\ b_{10} = c_{10} & = & 1,00 \text{ mm} \end{array} \tag{3a}$$

o aun llegar hasta la aproximación:

$$\begin{aligned} b_0 &= 10,0 \text{ mm} \\ b_1 = c_1 &= 8,0 \text{ mm} \\ b_2 = c_2 &= 6,0 \text{ mm} \\ b_3 = c_3 &= 5,0 \text{ mm} \\ b_4 = c_4 &= 4,0 \text{ mm} \\ b_5 = c_5 &= 3,0 \text{ mm} \\ b_6 = c_6 &= 2,5 \text{ mm} \\ b_7 = c_7 &= 2,0 \text{ mm} \\ b_8 = c_8 &= 1,5 \text{ mm} \\ b_9 = c_9 &= 1,2 \text{ mm} \\ b_{10} = c_{10} &= 1,0 \text{ mm} \end{aligned} \tag{3b}$$

Las dos últimas aproximaciones son perfectamente realizables y, en general, se puede elegir la primera (3a); además, las series de tales tamices ya son a menudo aplicadas para el tamizado clásico con tamices de orificios redondos. Sin embargo, es necesario subrayar que las razones por las cuales se eligen los tamices con tales diámetros de orificios son muy distintas que las que nos han llevado aquí a la misma elección. En el empleo corriente de un simple tamizado (no en el doble) son las consideraciones de una distribución de las fracciones más convenientes a los sentidos humanos, regidos por la ley logarítmica de WEBER - FECHNER. No siempre se invoca esta ley, más bien fisiológica, y al fin de cuentas se trata indudablemente de razones, aunque no confesadas, del mismo género. Es natural que existen todavía muchas otras razones valederas para elegir una distribución logarítmica de las dimensiones de los tamices para un tamizado simple. Aquí no nos oponemos a esta elección razonable, y solamente podemos alegrarnos de que las razones clásicas para la elección de los tamices nos lleven a la misma serie de números que las razones particulares de la teoría del doble tamizado que desarrollamos aquí.

Matemáticamente, en la teoría clásica del tamizado con una sola serie de tamices con orificios redondos, la exigencia fundamental concierne a que la relación de los diámetros de los orificios de tamices sucesivos sea constante, es decir a la condición (1), escrita más arriba. Por el contrario, lo que se exige en la teoría del doble tamizado es la condición (2). Se ve que desde el punto de vista físico hay aquí dos condiciones absolutamente diferentes por su sentido material. El hecho de que ellas coincidan matemáticamente —y que no se contradigan la una a la otra— es una buena oportunidad para la teoría: si esta coincidencia no tuviera lugar, ninguna simplificación sería posible para el cálculo de las relaciones medias

c
—, etc.
b

Pero para la coincidencia en cuestión se puede aceptar fácilmente una de las aproximaciones que acabamos de recordar —(3a) o (3b)— y calcular el segundo y el tercer coeficiente con la misma facilidad que el primero.

Antes de pasar a las fórmulas del cálculo numérico, es necesario todavía decir dos palabras a propósito de las aproximaciones (3a) y (3b).

Es natural que nadie se podrá oponer al hecho de que (3a) es más exacta, y por lo tanto de mejor aplicación, que la aproximación (3b). Pero lamentablemente, las circunstancias, principalmente técnicas, nos han obligado a trabajar con los tamices correspondientes a (3b). Primeramente, no hemos podido encontrar en los comercios (de París) los tamices que correspondan exactamente a (3a) para la serie de tamices con orificios alargados. Por otra parte, haberlos encargado, lo que no dudamos habría sido posible, nos habría demandado demasiado tiempo. Finalmente, en los límites de exactitud que pueden tener las mediciones sedimentológicas, la diferencia entre los tamices confeccionados de acuerdo a (3a) y a (3b) no habría dado resultados sensiblemente diferentes. Es por estas razones que, para este trabajo que tiene principalmente el objeto de demostrar la aplicabilidad y la utilidad del doble tamizado, hemos creído conveniente emplear lo que teníamos al alcance de nuestras manos, dejando la realización de mediciones más exactas, con tamices que respondan a la aproximación (3a), para los trabajos ulteriores.

Para finalizar con este párrafo debemos pasar ahora a las formas numéricas correspondientes a la elección que se ha hecho de las dimensiones de los orificios de los tamices.

Ante todo, se debe señalar que, por ejemplo, las fracciones de la primera línea (o de la primera columna), pasadas por el tamiz de característica 10, y no pasadas por el tamiz de característica 8, tienen granos que no son todos de la misma dimensión. Así, los granos contenidos en las fracciones de la primera línea tienen las anchuras que varían entre 10 y 8 mm, es decir que están caracterizados por la anchura media igual a 9 mm. De idéntica razón, se estima la anchura media de los granos en las fracciones de la segunda línea en 7 mm. Procediendo de la misma manera para todas las líneas y columnas, se obtendrá la serie de números aproximados siguientes, de las anchuras (y de los espesores, respectivamente) en las fracciones:

Fracción entre: 10-8; 8-6; 6-5; 5-4; 4-3; 3-2,5; 2,5-2; 2-1,5; 1,5-1,2; 1,2-1,0.

Anchura (o espesor) media: 9; 7; 5,5; 4,5; 3,5; 2,7; 2,2; 1,7; 1,3; 1,1.

o, más exactamente, 8,9; 7,1; 5,6; 4,5; 3,5; 2,8; 2,2; 1,8; 1,4; 1,1, para la aproximación (3a).

Estos números se introducen en cada Cuadro en la columna L_m , para las anchuras medias de las fracciones, y en la línea E_m , para los espesores. Así, las fórmulas para los cálculos de $\bar{b}$ y $\bar{c}$ dados más arriba, toman las formas:

$$\bar{b} = 9B_1 + 7B_2 + 5,5B_3 + 4,5B_4 + 3,5B_5 + 2,7B_6 + 2,2B_7 + 1,7B_8 + 1,3B_9 + 1,1B_{10}, \text{ y}$$

$$\overline{c} = 9 C_1 + 7 C_2 + 5,5 C_3 + 4,5 C_4 + 3,5 C_5 + 2,7 C_6 + 2,2 C_7 + 1,7 C_8 + 1,3 C_9 + 1,1 C_{10}.$$

Es evidente que los números dados son muy aproximados y sólo corresponden a la aproximación (3b). Para la aproximación (3a) se debería tomar:

$$8,9; 7,1; 5,6; 4,5; 3,6; 2,9; 2,2; 1,8; 1,4; 1,1,$$

o, todavía, los números más exactos con dos decimales.

Los mismos cálculos pueden hacerse tan fácilmente para la

relación $\frac{c}{b}$.

Consideremos por ejemplo la fracción que tienen las anchuras comprendidas entre 5 y 4 mm y los espesores entre 4 y 3 mm. ¿Qué

relación $\frac{c}{b}$ pueden tener los granos de estas fracciones? Es natural

que no pueden ser más ensanchados que en la relación $\frac{3}{5}$, ni me-

nos ensanchados que en la relación $\frac{4}{4}$ (es decir que su coeficiente

de ensanchamiento varia entre 0,60 y 1,00), Para la media se debe tomar evidentemente 0,80, e introducir este número como multiplicador para todas las fracciones de la segunda diagonal. En efecto, tomemos por ejemplo alguna otra fracción de esta diagonal, como podría ser aquella en la cual $1,5 < b < 2$ y $1,2 < c < 1,5$. La rela-

ción $\frac{c}{b}$ estará contenida en los límites $1,2/2$ y $1,5/1,5$, es decir

entre 0,60 y 1,00. La media es, pues, de 0,80, como lo hemos dicho más arriba. El cálculo para la tercera, cuarta, etc., diagonal es siempre el mismo y nos da las cifras medias de las relaciones siguientes:

Relaciones medias:	0,80;	0,60;	0,50;	0,40;	0,30;	0,25;	0,20;	0,15;	0,12
Nº de las diagonales:	2	3	4	5	6	7	8	9	10

(4)

Estos números se introducen en las líneas R_m de los Cuadros respectivos.

La situación es un poco más difícil para la diagonal mayor. Aquí, la simple consideración expuesta no puede ser aplicada enteramente porque, por principio, el espesor no puede ser mayor que la anchura. Así, por ejemplo, para la fracción detenida por los tami-

ces: uno, de orificios redondos de 3 mm de diámetro, y otro, de orificios alargados de 3 mm de ancho, el valor numérico de la re-

lación $\frac{c}{b}$ sobrepasa naturalmente al de $\frac{4}{3}$, pero como la relación

teórica, construida de acuerdo con el método proporcionado más arriba, no puede tener un valor mayor que la unidad, el valor de $\frac{4}{3}$ no es nunca accesible. No se debe pensar que la relación media

debe ser tomada como 0,90, a pesar que el valor de la relación varía entre 0,80 y 1,00. Para comprender la dificultad que surge aquí, consideremos las figuras 12a y 12b, donde se han indicado los va-

lores numéricos de $\frac{c}{b}$. Por ejemplo, la banda de valores correspon-

dientes a la segunda diagonal se ha indicado por la superficie rayada: sobre la figura 12b exactamente, y sobre la figura 12a aproximadamente. Se ve que, cualquiera sea nuestra elección, el valor

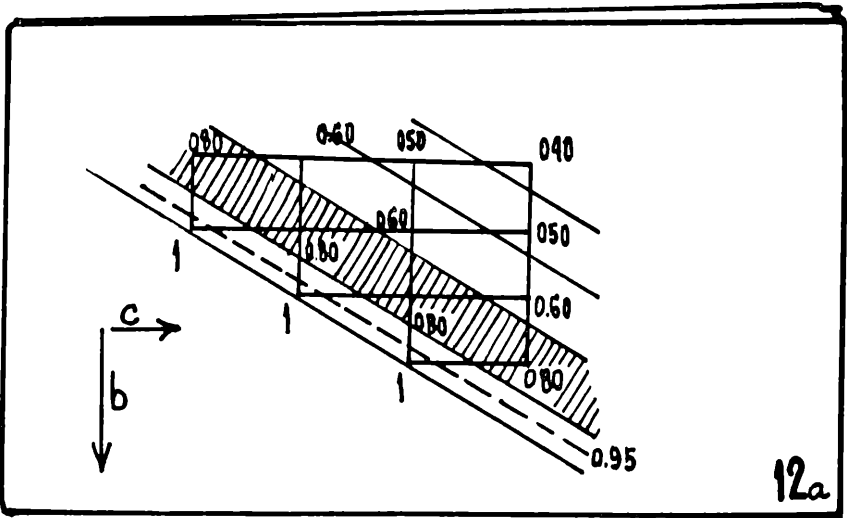


Fig. 12 a

medio de $\frac{c}{b}$, para esta banda, es igual a 0,80. Dicho valor es ver-

dadero para la tercera, cuarta, etc., diagonal. Sin embargo, tomar como media de la diagonal mayor el número 0,90 no es posible, porque entre 0,90 y 0,80 se encuentra casi un cuarto de todos los granos de las fracciones de la diagonal mayor, en tanto que entre

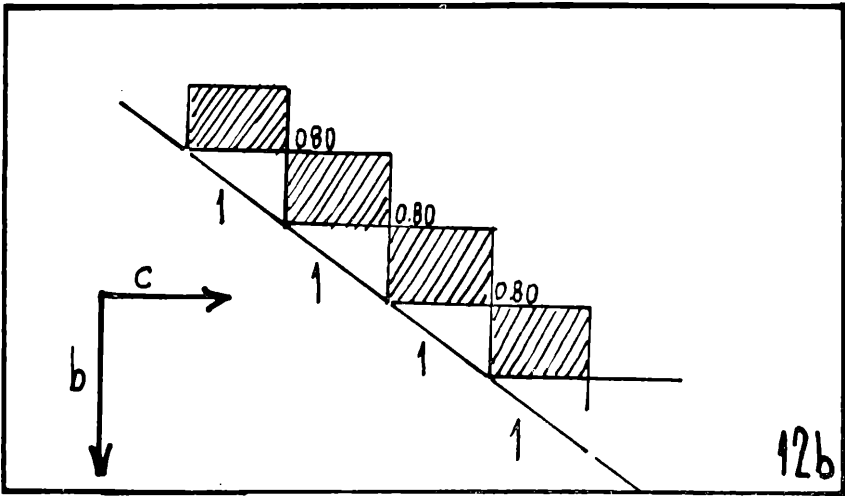


Fig. 12 b

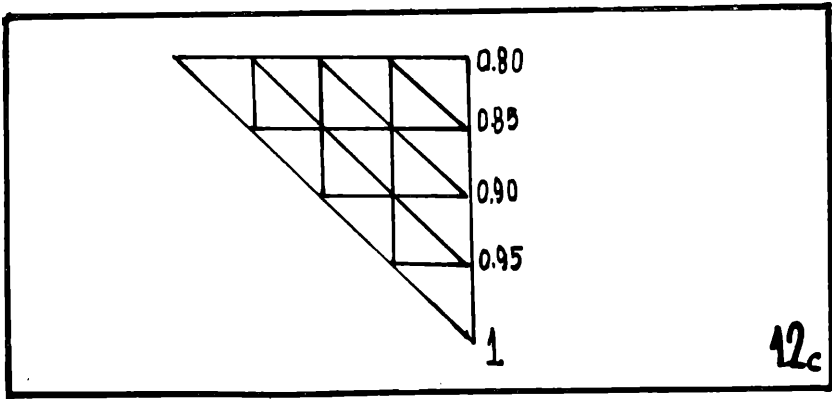


Fig. 12 c

0,90 y 1,00 se encuentran tres cuartos. Se debe tomar esta media numéricamente más próxima a 1,00 que a 0,80. La aproximación 0,94 no está demasiado mal, como se ve en las figuras 12a y 12b. En efecto, el valor 0,95 sería decididamente demasiado grande, porque corresponde a la línea media (0,95) en la figura 12a (ver figura 12c: a la izquierda de la línea de 0,95 se encuentran siete triángulos, en tanto que a la derecha de dicha línea hay nueve). De ese modo, hay que agregar a la serie (4) —ver más arriba— el número 0,94 para la diagonal mayor (la primera).

Las mismas figuras 12a, 12b y 12c nos muestran que las “superficies” correspondientes a las fracciones no son iguales para todas las diagonales: si se toman las superficies para todas las diagonales: salvo la primera, por las unidades, las superficies de estas diagonales mayores son sólo las mitades. Naturalmente que esta circunstan-

cia no desempeña ningún papel en la obtención del cálculo numérico, y de ese modo se tiene:

$$\left(\frac{\frac{c}{b}}{\frac{b}{c}} \right) = \text{valor medio de la relación } \frac{c}{b} = (0,94 D_1 + 0,80 D_2 + 0,60 D_3 + 0,50 D_4 + 0,40 D_5 + 0,30 D_6 + 0,25 D_7 + 0,20 D_8 + 0,15 D_9 + 0,12 D_{10}) : (D_1 + D_2 + D_3 + D_4 + D_5 + D_6 + D_7 + D_8 + D_9 + D_{10}) \quad (5)$$

Aquí, los números D_1, D_2 , etc., son las sumas de los pesos (volumen, número de granos) de las fracciones de la primera, segunda, tercera, etc., diagonal respectivamente, al igual que los números B_1, B_2 , etc., son las sumas para las líneas, y C_1, C_2 , etc., para las columnas. Los números D_1, D_2 , etc. se escriben en la línea D de cada Cuadro. Es natural que hay una diferencia esencial entre las fórmulas (3) para la anchura y el espesor medio (que son expresados en milímetros) y la fórmula (5) para su relación (que es un número abstracto) y, de un modo especial, en que esta última fórmula contiene todavía un denominador (la suma de todas las D). En lugar de introducir este denominador, se pueden expresar los números D_1, D_2 , etc. en relaciones por ciento, dividiendo el total por cien. Estos últimos valores son indicados también en la misma línea D.

La misma fórmula es exacta también para el tercer coeficiente:

$$\left(\frac{\frac{b}{c}}{\frac{c}{b}} \right) = \frac{1}{\text{valor medio de la relación } \frac{b}{c}} = \frac{D_1 + D_2 + D_3 + 1,06D_1 + 1,20D_2 + D_4 + D_5 + D_6 + D_7 + D_8 + D_9 + D_{10} + 1,67D_3 + 2,00D_4 + 2,50D_5 + 3,33D_6 + 4,00D_7 + 5,00D_8 + 6,67D_9 + 8,33D_{10}}{D_1 + D_2 + D_3 + D_4 + D_5 + D_6 + D_7 + D_8 + D_9 + D_{10}}$$

Aquí, los coeficientes colocados delante de D_1, D_2 , etc., en el denominador, son las relaciones medias de $\frac{b}{c}$ en las fracciones de

la primera, segunda, etc., diagonal, es decir las inversas aproxima-

das de las relaciones medias $\frac{c}{b}$ dadas más arriba: 0,94, 0,80, etc.

—ver la serie (4). Es evidente que el valor expresado por la última fórmula debe ser un número abstracto, por lo cual la presencia del numerador. Si D_1, D_2 , etc., son expresados en números relativos, el denominador se reduce a la unidad.

De ese modo, se debe considerar que el cálculo de los tres coeficientes de ensanchamiento se ha acabado. Se puede, como ya lo hemos dicho, querer definir la forma por otras combinaciones algebraicas del espesor y de la anchura. En este caso es recomenda-

ble elegir otras dimensiones para los orificios de los tamices, para obtener los grupos de las fracciones que tengan los mismos valores numéricos de esta combinación elegida y tener así facilidades de cálculo análogas a aquellas de las cuales se ha hablado. Es evidente que se puede permanecer con los mismos tamices (3a) y (3b), pero los cálculos serán, en este último caso, mucho más complicados, exigiendo no solamente ocho coeficientes precalculados, como el de (4), sino una veintena de coeficientes propios y diferentes para la mayoría de las fracciones. Esto indica que la elección del coeficiente de la forma principalmente la relación entre la anchura y el espesor, es la única elección natural, única para la cual las dimensiones de los orificios corresponden exactamente a las dimensiones exigidas —desde otro punto de vista enteramente diferente— por la teoría clásica del simple tamizado.

En resumen: es necesario repetir que la proposición de describir

la forma de los granos por la relación $\frac{c}{b}$ —proposición que nos

lleva a los tres coeficientes de ensanchamiento descritos más arriba— no es arbitraria, sino impuesta por los siguientes hechos cardinales:

1. La ausencia completa de la posibilidad de medir con la ayuda de los tamices, cualquier otra dimensión que no sea la anchura y el espesor (ver parágrafo 4); y
2. La coincidencia de las dimensiones de los orificios en las series de tamices exigidos por la teoría clásica del simple tamizado, por una parte, y la exigida por el doble tamizado, en el caso en el cual se lo toma para el coeficiente de ensanchamiento, principalmente como la relación de espesor a anchura; toda otra combinación de c y b nos llevaría a series de tamices con dimensiones de orificios distintas a las dimensiones exigidas por la teoría clásica.

De ese modo, consideramos como establecidas las razones sobre las cuales se basa la proposición de caracterizar la forma de los gra-

nos por el coeficiente de ensanchamiento $\frac{c}{b}$.

Sin embargo, el cálculo de los coeficientes, sobre el cual se ha concentrado nuestra atención hasta ahora, no es por mucho la única aplicación de los resultados experimentales del doble tamizado. Es necesario todavía decir algunas palabras sobre las representaciones gráficas.

La representación más general sólo puede ser proporcionada con un modelo tridimensional, o imaginada en perspectiva sobre una figura de dos dimensiones. Es evidente que no hay ninguna otra posibilidad de representar la distribución de los granos por dos características, como las que proporciona el doble tamizado, pero también es evidente que para las aplicaciones prácticas, las figuras de dos dimensiones son más preferidas.

Para tales representaciones se puede proponer el dibujo de las curvas correspondientes a las series de números: 1) B_1, B_2 , etc. (es decir la clasificación de los granos de la muestra en cuestión **por sus anchuras**); 2) C_1, C_2 , etc. (clasificación de los granos **por sus espesores**); y 3) D_1, D_2 , etc. (clasificación de los granos **por las re-**

laciones $\frac{c}{b}$ —o por las relaciones $\frac{b}{c}$).

No es necesario dar explicaciones de la forma cómo se deben dibujar las curvas correspondientes a los casos 1) y 2): son los histogramas habituales con las columnas representativas de las mismas dimensiones horizontales. Pero para dibujar bien el histograma correspondiente a 3) se debe volver a la notación importante proporcionada antes de la fórmula (5).

Allí, ya hemos llamado la atención de los lectores sobre el hecho de que las "superficies" (figuras 12a, 12b y 12c), correspondientes a la primera diagonal, son dos veces más pequeñas que las otras superficies. Este hecho debe quedar reflejado en los histogramas correspondientes a estas distribuciones; lo más simple que se puede hacer —y es lo que hemos hecho en los Cuadros de la Segunda Parte— es dar a los paralelogramos correspondientes a todas las diagonales, menos a la primera, dimensiones horizontales dobles por comparación con la dimensión horizontal del paralelogramo que corresponde a la diagonal mayor.

Así, los límites entre los paralelogramos de los histogramas son los expresados por las cifras dadas más arriba para las medias de B_1, B_2 , etc., C_1, C_2 , etc. Es claro —comparar las figuras 12a, 12b y 12c— que estas medias corresponden a los límites entre D_1, D_2 , etc. Para reunir todos estos resultados gráficos y numéricos correspondientes a todos los cuadros eventuales de los datos del doble tamizado, hemos compuesto la representación del Cuadro-tipo (fig. 13). París, diciembre de 1965.

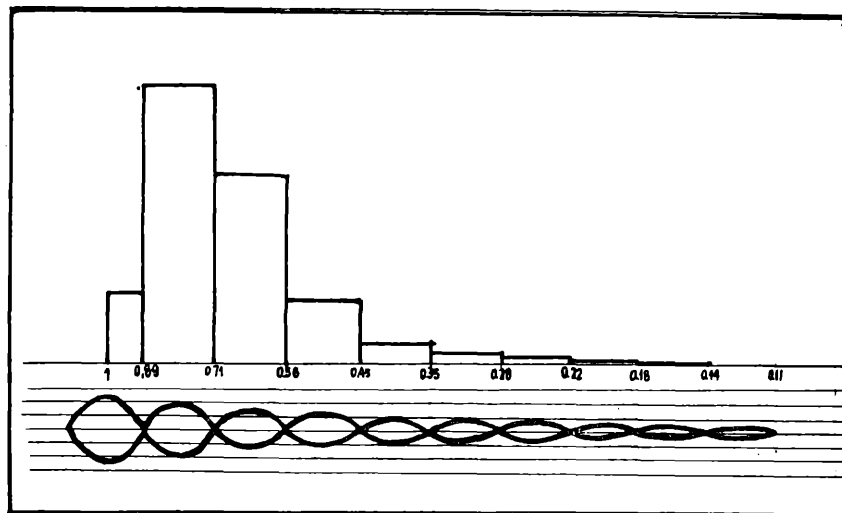


Fig. 13

OBRAS CITADAS EN EL TEXTO

- BOURLAI, I. F.: *Algunas correlaciones entre las características granométricas de las rocas detríticas*. Geología e Investigación Minera, N° 3. Moscú, 1963. (En ruso).
- CAILLEUX, A.: *Distinction des sables marins et fluviaux*. Bull. Soc. Géol. France, 5e série, XIII, 125-138. París, 1943.
- CAILLEUX, A.: *Distinction des galets marins et fluviaux*. Bull. Soc. Géol. France, 5e série, XV, 375-404. París, 1947.
- CAILLEUX, A.: *L'indice d'éroulé. Définition et premières applications*. Comptes Rendus Somm. Soc. Géol. France, N° 13, pp. 250, París, 1947.
- CALMELS, A. y CAILLEUX, A.: *Variabilité des galets le long d'une même plage (Exemples pris sur la côte vendéenne)*. Compte Rendu Somm. Soc. Géol. France, Fasc. 2, pp. 84-86. París, 1966.
- FABER, F. J.: *Size and shape analysis of sand grains*. Intern. Geological Congress, Part XXIII (Int. Assoc. of Sedimentology), pp. 45. Copenhagen, 1961.
- FRASER, H. J.: *Experimental study of the porosity and permeability of clastic sediments*. Journ. Geol., 1935, 43, N° 8, 910-1010.
- GALLOWAY, J. J.: *The rounding of grains of sand by solution*. Amer. Journ. Sci., (4), 1919, 47, N° 280, 270-286.
- GREGORY, H. E.: *Notes on the shapes of pebbles*. Amer. Journ. Sci., (4), 1915, 39, N° 231, 300-304.
- LAMAR, J. E.: *Geology and economic resources of the St. Peter sandstone of Illinois*. Bull. Ill. State Geol. Survey, 1937, 53, 148-151.
- MATSCHINSKI, M.: *Des indices caractérisant la forme des grains du sable, des galets, de différentes roches détritiques, etc.* Comptes Rendus Somm. Soc. Géol. France, fasc. 1, pp. 7, París, 1959.
- MATSCHINSKI, M.: *Les principes élémentaires de la théorie du choix des constantes statistiques*. Bull. de l'Académie Royale de Belgique (Classe des Sciences), fasc. 2, 1959, pp. 72.
- MATSCHINSKI, M.: *Quelques résultats préliminaires sur la pratique et la théorie de la détermination de la forme moyenne des grains*. Comptes Rendus Somm. Soc. Géol. France, fasc. 1, pp. 34, París, 1964.
- MATSCHINSKI, M.: *The form of the grains of sand, of the fragmented rocks, and the indices characterising this form*. Intern. Geol. Congress, Report of the twenty-second Session, India, Vol. of Abstracts, Section 15, pp. 223. New Delhi, India.
- PREOBRAJENSKY, N. A.: *Sobre la forma de los granos*. Academia de Ciencias de la U. R. S. S. Serie de Petrografía N° 7, 1940. (En ruso).
- RUSSELL, R. D. and TAYLOR, R. E.: *Roundness and shape of Mississippi River sands*. Journ. Geol., 1937, 45, 225-267.
- TESTER, A. C.: *The measurement of the shape of rock particles*. Journ. Sediment. Geol., 1931, 1, N° 1, 3-11.
- WADDELL, H.: *A laboratory and field study of cobble abrasion*. Prelim. Rep. Journ. Geol., 1919, 27, 507-521.
- WADDELL, H.: *Volume, shape and roundness of rock particles*. Journ. Geol., 1932, 40, N° 5, 443-451.
- WADDELL, H.: *Sphericity and roundness of quartz particles*. Journ. Geol., 1935, 43, N° 1, 250-280.
- WENTWORTH, C. K.: *The shapes of beach pebbles*. U. S. Geol. Survey, 1922, Prof. Paper 131-C, 75-83.
- WENTWORTH, C. K.: *The shapes of pebbles*. U. S. Geol. Survey, 1922, Bull. 730-C. *A method of measuring and plotting the shapes of pebbles*, págs. 91-102; *A field study of the shapes of river pebbles*, pp. 103-114.
- WENTWORTH, C. K.: *The shapes of rock particles: a discussion*. Journ. Geol., 1933, 41, N° 3, 306-309.
- WENTWORTH, C. K.: *The diamond head black ash*. Sedim. Petrol., 1937, 7, N° 3, 91-103.
- ZINGG, TH.: *Beitrag zur Schotteranalyse*. Schweiz. Min. u. Petrog., Mitt. 1935, Bd. 15, H. 1, 39-140.