

# Sistema de procesamiento de valores triestímulos para el cálculo de coordenadas cromáticas CIE, longitudes de onda y pureza

Lic. RICARDO A. ARIZAGA  
Dr. ALEJANDRO R. BIONDINI

Laboratorio de  
Investigaciones Sensoriales  
CONICET - Facultad de  
Medicina, UBA C.C. 53,  
1453 Buenos Aires, Argentina

## INTRODUCCION

En la bibliografía existen trabajos que describen sistemas, tanto para transformar coordenadas como para calcular longitud de onda dominante y pureza de excitación (1,2). Estos emplean técnicas de exploración de tablas, tanto para los cálculos de longitud de onda como de la pureza, obteniendo sus resultados por aproximación.

El presente trabajo describe un sistema de procesamiento de datos con iguales fines que incluyó además el cálculo de la pureza colorimétrica. A fin de lograr una mayor precisión, se trató en lo posible de utilizar métodos de interpolación en vez de lecturas de tablas.

Al realizar el análisis del sistema se tuvieron en cuenta las siguientes premisas: maximizar la velocidad del proceso y ahorrar la mayor cantidad de memoria posible, minimizando así los costos operativos. Esto se logró reduciendo la cantidad de valores de tablas que el proceso debe explorar o reemplazando tablas de valores por ecuaciones matemáticas con igual contenido de información.

## DESCRIPCION DEL SISTEMA

La primera parte del sistema está destinada a la transformación de coordenadas colorimétricas.

A partir del iluminante y de los valores triestímulos se obtienen los términos que especifican las características colorimétricas de la muestra a procesar, en los sistemas CIE 1931, CIELUV y CIELAB.

Las ecuaciones de transformación se encuentran desarrolladas en el apéndice. (Los valores que caracterizan al iluminante han sido delimitados previamente en el sistema).

La segunda y tercera parte del sistema se ocupa de la determinación de la longitud de onda dominante y de las purezas, ítem que se desarrollan a continuación.

### a) Determinación de la longitud de onda dominante

La relación que existe entre la longitud de onda dominante y las coordenadas colorimétricas "x" e "y" se basan en el diagrama de cromaticidad CIE 1931, que se muestra en la figura 1.

En el diagrama los colores espectrales puros están representados por puntos sobre la curva (locus espectral) y cualquier mezcla de color, por puntos dentro del diagrama.

El punto N de dicha figura representa el iluminante o color acromático de referencia. La longitud de onda

dominante de una muestra de color M se encuentra gráficamente por la intersección de la semirrecta que tiene como origen el iluminante y pasa por el punto M con el locus espectral. En el caso de que el color sea no espectral (púrpura) esta semirrecta no corta al locus espectral y no puede ser identificado como poseedor de una sola longitud de onda dominante, ya que el color correspondiente es una mezcla de 380 y 700nm. Por lo tanto, su longitud de onda dominante se la especifica como complementaria. La longitud de onda complementaria de los púrpuras se encuentra de igual manera que la de los colores espectrales, extendiendo dicha semirrecta más allá del punto que representa el iluminante hasta intersectar la curva de los colores puros. En la figura 1 el punto Q representa un color no espectral, su longitud de onda complementaria es  $\lambda_c = 505 \text{ nm}$ .

Nótese que los colores que se encuentran en la misma semirrecta poseen todos igual longitud de onda dominante. Por lo tanto, una vez elegido el iluminante podemos establecer una relación biunívoca entre la pendiente de la semirrecta a la cual pertenece el color y la longitud de onda dominante correspondiente.

Esta relación fue dada por Judd (1933) mediante tablas de valores (una por cada iluminante: A, B y C) donde

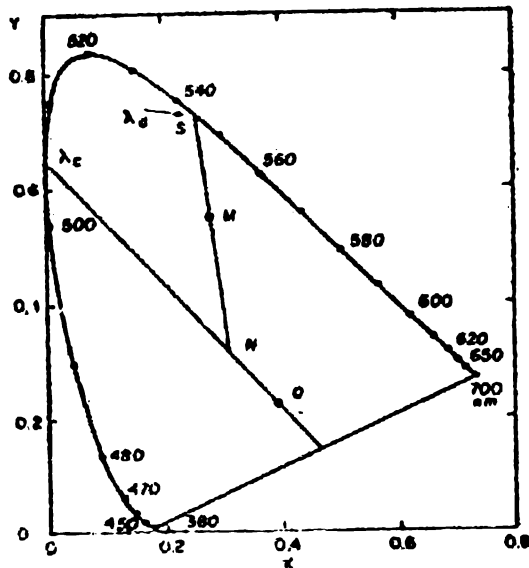


Figura 1: Diagrama de cromaticidad CIE 1931, donde se muestra la posición de los colores espectrales (S y M) y no espectrales (Q). Se indica, además, el modo gráfico de calcular la longitud de onda dominante y complementaria.

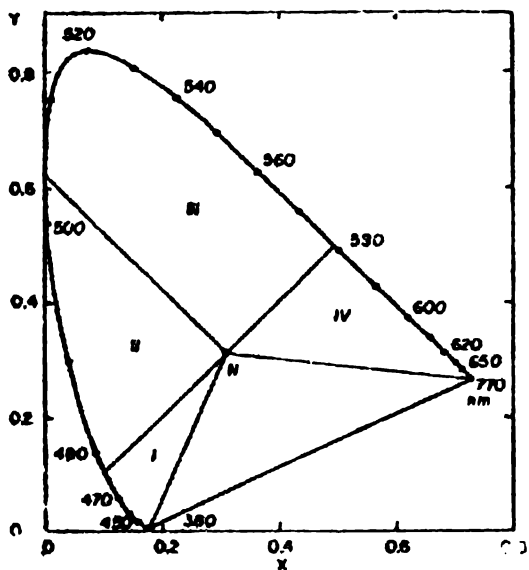


Figura 2: División del diagrama de cromaticidad CIE 1931, según las tablas I a IV utilizados para la determinación de la zona en que se encuentra la muestra de la cual se quiere determinar su longitud de onda dominante.

se expresan, para cada longitud de onda dominante, las pendientes de las semirrectas  $\{(y-y_n) / (x-x_n)\}$ . En dichas tablas la  $\lambda_d$  se encuentra especificada en intervalos de 1 nm desde 380 a 780 nm. Si el valor absoluto de la pendiente es mayor que la unidad, se tabula su inversa,  $\{(x-x_n) / (y-y_n)\}$ .

El sistema aquí propuesto hace uso

de estas tablas para determinar la  $\lambda_d$  de la muestra a procesar. Dado que el iluminante ya está definido, se emplea una sola de ellas, la cual ha sido dividida en 4 partes (Tablas: I, II, III y IV) y grabadas en una memoria auxiliar. Para su división se tuvo en cuenta los puntos en que el valor absoluto de la pendiente se hace mayor que 1.

En la figura 2 se representa esta división. Los sectores II y IV incluyen a todas las semirrectas cuyas pendientes tienen valores comprendidos entre  $-1$  y  $1$ , mientras que los sectores I y III incluyen las semirrectas de pendientes con valor absoluto mayor que 1. En estos 2 últimos sectores los valores tabulados son las inversas de

$$\text{las pendientes } \left( \frac{x-x_n}{y-y_n} \right)$$

Estos valores son denominados en el programa como TG y CTG, respectivamente.

El proceso desarrollado en este sistema para determinar la longitud de onda dominante de la muestra se divide en 2 etapas:

- A) Selección de la tabla a emplear.
- B) Exploración de tabla con interpolación lineal. Esta segunda parte recién permite el cálculo de la  $\lambda_d$ .

### SELECCION DE TABLAS

Para seleccionar la tabla a emplear se sigue la siguiente lógica: primero

se calcula el valor  $\frac{y-y_n}{x-x_n}$  de la

muestra y se lo denomina TGM (sentencia 1).

Seguidamente, se define una constante llamada COM = 1 que servirá luego para determinar si el color es espectral o no (sentencia 2). Luego se verifica si el valor absoluto de TGM es menor que la unidad (sentencia 3). Si esto se cumple se ejecuta el proceso identificado como (4).

El proceso (4) verifica si el valor de la coordenada "x" de la muestra es mayor que el valor "xn" (iluminante). Si esto se cumple el sistema tiene acceso a la tabla II. En caso contrario se realiza el proceso (5). Este verifica si TGM es menor que la pendiente correspondiente a una longitud de onda dominante de 700 nm (TG 700). Si se cumple nos indica que la muestra es un color no espectral, por ende su longitud de onda dominante será complementaria. Para indicar esto al valor de COM se lo cambia por el valor  $-1$ , y el sistema tiene acceso a la tabla II.

En el caso de que TGM será mayor que TG 700, el sistema tiene acceso a la tabla IV.

Si el valor absoluto de TGM es mayor que la unidad el programa ejecutará la sentencia (6) y el proceso (7). La sentencia (6) se calcula la inversa de TGM llamándola CTGM. En el

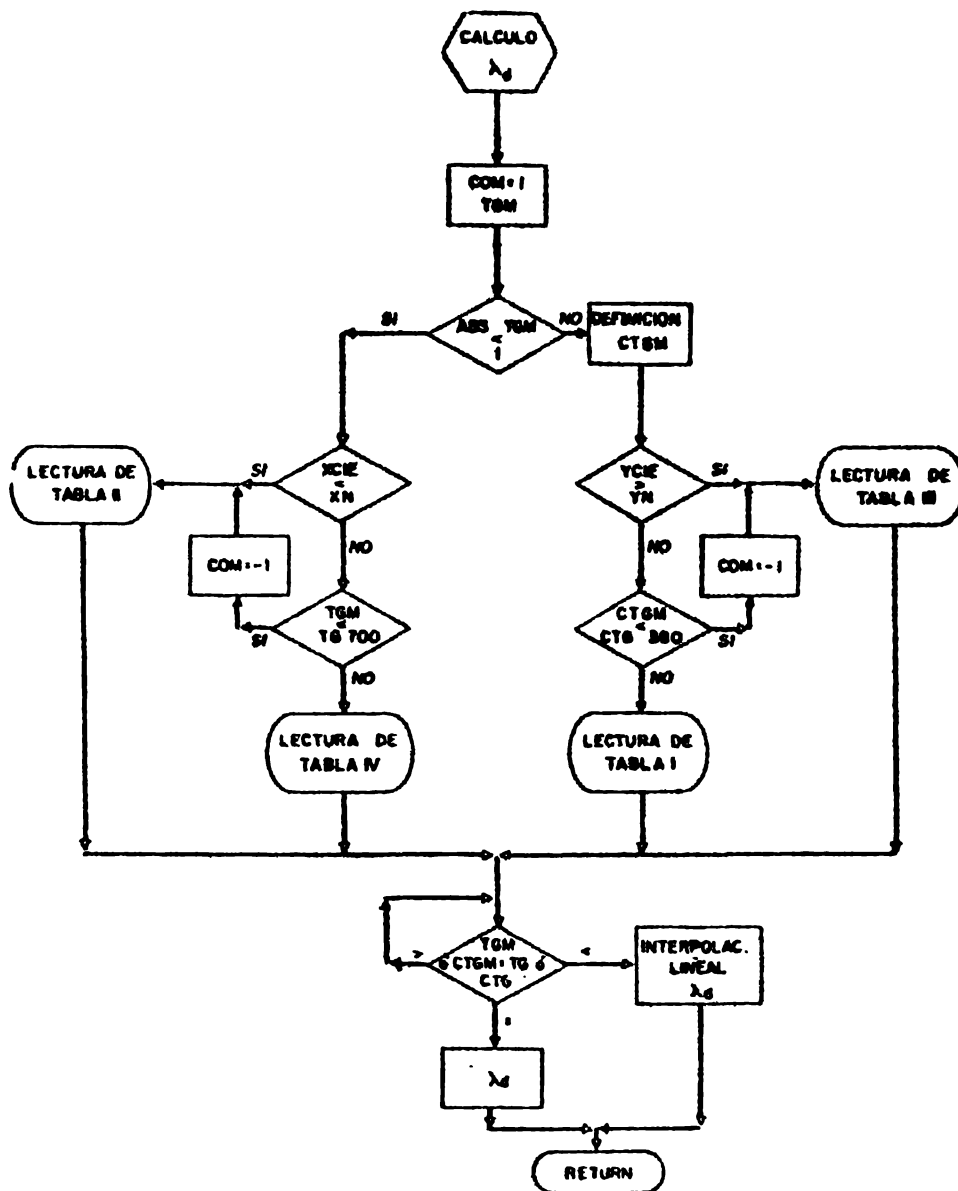


Figura III: Diagrama de flujo que muestra las secuencias de los procesos de la selección de tablas (I a IV), exploración e interpolación lineal de cada muestra para obtener su longitud de onda dominante.

proceso (7) se verifica si el valor de la coordenada "y" de la muestra es mayor que "yn" (iluminante). Si esto se cumple el sistema tiene acceso a la tabla III. En caso contrario se ejecuta el proceso (8). En éste se verifica si CTGM es menor que la inversa de la pendiente correspondiente a una longitud de onda dominante de 380 nm (CTG 380). Si esto se cumple, nuevamente nos está indicando que la muestra es no espectral y su longitud de onda será complementaria. Para indicar esto al valor de COM se lo cambia por el valor -1, y el sistema tiene acceso a la tabla III.

En el caso que CTGM es mayor que CTG 380 el sistema tiene acceso a la tabla I.

Tabla I: Rango para la cual son válidas las constantes A, B y C de las ecuaciones de 2º grado utilizadas para el cálculo de las coordenadas espectrales. El coeficiente de correlación indica el ajuste de los valores "x" y obtenidos por este método

Rango en Nm.	A	B	C	Coefficiente de correlación
380-495	16.3467	-5.8227	.5346	1
495-500	156.9328	-13.1095	.6343	1
500-504	3574.3797	-81.5132	.8037	.99
504-510	-795.7497	22.9952	.5828	.99
510-515	-57.8105	5.4865	.6858	1
515-520	-16.1805	2.4362	.7420	1
520-530	-3.8349	.5151	.8174	1
530-535	-1.4668	-.125	.8803	1
535-780	-.1734	-.7966	.9430	1
Púrpuras		4643	-0.758	1

Una vez seleccionado el sector donde se encuentra la muestra, el programa lee la tabla correspondiente, procede a su exploración y efectúa la interpolación lineal.

En la figura 3 se muestra el diagrama de flujo que resume el proceso descrito anteriormente. Como puede observarse en el mismo, la lógica de los procesos 4 y 5 es igual a la desarrollada en 7 y 8, y su diagramación en forma separada es sólo a fin de facilitar su explicación.

### B) Exploración de tabla e interpolación lineal

Para determinar el  $\lambda_d$  se realiza una exploración en forma secuencial de la tabla seleccionada comparando TGM con TG, o sus inversas (CTGM con CTG). De obtenerse una identidad entre estos valores la longitud de onda dominante de la muestra es igual a la longitud de onda dominante especificada en la tabla. Si ello no ocurre la longitud de onda dominante de la muestra queda acotada en un intervalo de un nanómetro. Seguidamente, se procede a la interpolación lineal a fin de obtener un valor preciso de la longitud de onda dominante de la muestra. Este proceso se grafica en la parte inferior del diagrama de la figura 3.

### CALCULO DE PUREZA DE EXCITACION Y COLORIMETRICA

Cualquier color puede ser interpretado como una mezcla de un color puro y un acromático de referencia (iluminante). En el caso que sea no espectral (púrpura) consideramos puro a aquél que se encuentra sobre el segmento que une los puntos de 380 y 700 nm. La proporción de la mezcla nos da idea de la saturación del color; a esta proporción se la define psicofísicamente como la pureza del color.

En el diagrama del CIE 1931 (Fig. 1) esta proporción se puede expresar en términos de distancias. La pureza de excitación de un color se define como el cociente entre las distancias del iluminante al color considerado sobre la distancia desde el iluminante al color puro. Como ejemplo, el punto M de la figura 1 representa un color cualquiera que puede ser expresado por sus coordenadas "x" e "y". La pureza de excitación de este

NM

color está dada por el cociente

NS

Este cociente expresado en término

de coordenadas colorimétricas puede ser expresado como:

$$P_e = \frac{x - x_n}{x_s - x_n} = \frac{y - y_n}{y_s - y_n} \quad (1)$$

Donde el subíndice "s" indica que se refiere a las coordenadas del color puro y el subíndice "n" a las coordenadas del iluminante. Otra forma de expresar esta proporción de la mezcla, es mediante la pureza colorimétrica, esta difiere de la anterior por el factor  $y_n/y$  por lo tanto, la pureza colorimétrica se define como:

$$P_c = P_e \frac{y_n}{y} \quad (2)$$

Como puede verse en las ecuaciones (1) y (2) para calcular tanto la  $P_e$  como la  $P_c$  se hace necesario el conocimiento de las coordenadas de los colores puros. Estas coordenadas se encuentran tabuladas en Wyszecki & Stiles (pág. 242)<sup>5</sup> cada un nanómetro desde 380 hasta 830 nm.

Siguiendo con el objetivo de disminuir los costos operativos, no se recurrió al tradicional método de exploración de tablas, lo que implica acumular una gran cantidad de valores en la unidad central del proceso, si no que éstos fueron reemplazados por ecuaciones matemáticas.

Estas ecuaciones son de 2º grado y relacionan los valores "xs" e "ys" de la curva que representa los colores puros.

Ya que es imposible encontrar una sola ecuación que represente completamente la curva de los colores puros, ésta fue dividida en 10 segmentos para obtener el mejor ajuste posible por medio del método de ensayo y error. El método para determinar las ecuaciones fue el de ajuste por cuadrados mínimos utilizando los valores de las coordenadas "xs" e "ys" de la tabla dada por Wyszecki & Stiles.

En la tabla I se encuentran los valores de las constantes de ecuaciones de 2º grado, los coeficientes de correlación y el rango de validez de cada uno de los segmentos de la curva de los colores puros. Estas ecuaciones son válidas para cualquier iluminante.

El proceso desarrollado en este sistema para calcular las purezas se describe a continuación al efecto de facilitar la explicación del proceso se simboliza con  $\lambda_d$  la longitud de onda dominante de la muestra sea o no complementaria. Dado que  $\lambda_d$  de la

muestra ya fue calculada, el sistema determina mediante una serie de decisiones lógicas cuál es el segmento de la curva de los colores puros que contiene dicha  $\lambda_d$ .

Inmediatamente se calcula las coordenadas del punto de intersección del segmento de curva elegido con la semirrecta a la que pertenece el color de la muestra. En otras palabras, se debe resolver el siguiente sistema de ecuaciones:

$$\begin{aligned} y &= Ax^2 + Bx + C \\ y &= TGM \cdot x + K \end{aligned} \quad (3)$$

Donde A, B y C son los valores que se encuentran en la tabla I TGM es la pendiente de la semirrecta que fue calculada previamente en el proceso de la determinación de  $\lambda_d$ , y K es la ordenada al origen de la recta a la cual pertenece dicha semirrecta y es calculada por la siguiente ecuación:

$$K = y - TGM \cdot x$$

donde x e y son las coordenadas de la muestra que se está procesando. En el caso que la coordenada x del color coincida con  $x_n$ , su semirrecta es paralela a la ordenada, esto implica que el valor de la pendiente

$$\left( TGM = \frac{y - y_n}{x - x_n} \right) \text{ es infinito,}$$

por lo tanto, el sistema de ecuaciones (3) no puede resolverse. El sistema solución esta indeterminación asignando a  $x_s$  el valor de  $x_n$  y calculando  $y_s$  de la siguiente forma:

$$y_s = Ax_n^2 + Bx_n + C \quad (4)$$

Una vez determinado  $x_s$  e  $y_s$  se procede a calcular la pureza de excitación de la muestra mediante la ecuación (1). Si  $|y - y_n|$  es mayor que  $|x - x_n|$  se emplea, para el cálculo de la  $P_e$ , la ecuación:

$$P_e = \frac{y - y_n}{y_s - y_n}$$

En caso contrario se utiliza la ecuación:

$$P_e = \frac{x - x_n}{x_s - x_n}$$

A continuación se calcula la  $P_c$  mediante la ecuación (2). Los datos calculados por el sistema se imprimen indicando el número de la muestra,  $\lambda_d$ ,  $P_c$ ,  $P_e$ , X, Y, Z, x, y, L\*, u\*, v\*, a\*, b\*, Cuv\*, Suv, Huv, u', v'.

Los valores de  $\lambda_d$  están precedidos por un signo (-) si el color no es no espectral lo que implica que se calculó la longitud de onda complementaria.

El presente sistema fue diseñado para ser implementado en un procesador digital de datos marca "Digital" modelo PDP 11/34A que cuenta con una capacidad de memoria de 16 Kw y el sistema operativo RT11-V03.

a) CIE 1931

$$x = \frac{X}{X + Y + Z} \quad y = \frac{Y}{X + Y + Z} \quad \beta = \frac{Y}{Y_n}$$

donde  $\beta$  es el factor de luminancia.

El subíndice "n" indica que se refiere al iluminante.

$$L^* = 116 (Y/Y_n)^{1/3} - 16$$

$$u^* = 13 L^* (u' - u'_n)$$

$$v^* = 13 L^* (v' - v'_n)$$

$$Y/Y_n > 0.01$$

donde:

$$u' = \frac{4X}{X + 15Y + 3Z}$$

$$U'_n = \frac{4 X_n}{X_n + 15Y_n + 3Z_n}$$

$$v' = \frac{9Y}{X + 15Y + 3Z}$$

$$V'_n = \frac{Y_n}{Y_n + 15Y_n + 3Z_n}$$

$$H_{uv} = \text{tg}^{-1} (v^*/u^*)$$

$$C_{uv}^* = (u^{*2} + v^{*2})^{1/2}$$

$$S_{uv} = \left[ (u' - u'_n)^2 + (v' - v'_n)^2 \right]^{1/2} - C^*_{uv}/L^*$$

c) CIELAB

$$L^* = 116 (Y/Y_n)^{1/3} - 16$$

$$a^* = 500 \left| (X/X_n)^{1/3} - (Y/Y_n)^{1/3} \right|$$

$$X/Y_n, Y/Y_n, Z/Z_n > 0.01$$

$$b^* = 200 \left| (Y/Y_n)^{1/3} - (Z/Z_n)^{1/3} \right|$$

$$H_{ab} = \text{tg}^{-1} (b^*/a^*)$$

$$C_{ab}^* = (a^{*2} + b^{*2})^{1/2}$$

## Apéndice

Para transformar los valores triestímuli (X, Y y Z del CIE 1931) en valores de coordenadas cromáticas y términos de especificación de color en los diferentes sistemas recomendados por el CIE (5, 6, 7) se hace uso de las siguientes ecuaciones:

## Referencias

### REFERENCIAS

1. J. E. McCarley, C. E. Green and K. H. Horwitz, J. Opt. Soc. Am. **55**, 355 (1965).
2. F. E. Bilmeyer Jr., J. Opt. Soc. Am. **50**, 137 (1960).
3. D. B. Judd, J. Opt. Soc. Am. **23**, 369 (1933).
4. G. Wyszecki and W. S. Stiles, "Color Science", Wiley, New York (1967).
5. CIE Publication N 17, International Lighting Vocabulary: Commission Internationale de l'Eclairage, Paris (1970).
6. CIE Publication N° 15, Colorimetry, Commission Internationale de l'Eclairage, Paris (1971).
7. CIE Official Recommendations on Uniform Color Space, Color Difference Equations and Metric Color Terms, Suppl. N° 2 to CIE Publication N° 15, Colorimetry, Commission Internationale de l'Eclairage, Paris (1976).